

# 観測データのノイズを伴う地下水汚染源推定 Estimating the Groundwater Contamination Sources with Noisy Data

井上 一哉\*・田中 勉\*  
Kazuya INOUE and Tsutomu TANAKA

## 1. はじめに

地下水の汚染が危惧されたり発覚した場合には継続的な汚染状況の監視とともに汚染の進行を防ぎ、水質の回復を図るための汚染修復対策が講じられることとなる。このとき、汚染源の位置や規模の推定が必要となるが、物理的・経済的な制約から情報量は限られており、信頼性の高いデータが入手できるとも限らない。本研究では地下水の汚染源推定に対する観測データのノイズの影響に関して検討する。

## 2. 三次元移流分散方程式と逆解析

本研究では Fig. 1 に示す三次元領域において、長さ  $2y_0$ 、厚さ  $L_z$  の汚染源を有する帯水層を想定し、Fig. 2 に示す漏洩履歴  $c_0$  が既知であるとする。また、対象とする帯水層は層厚  $B$  の一層のみとし、流速  $v$  の定常地下水流れを考える。式 (1) で表される移流分散方程式を式 (4) から式 (8) で示される初期条件と境界条件下で解くと式 (9) が導かれる<sup>1)</sup>。以下では、この解析解を用いて所与の条件下での濃度分布を計算し、それらを観測データとして扱うことで汚染源を推定する。

また式 (10) に示すように、解析解の値にノイズを付加することにより汚染物質のロスやコンタミなどサンプリングにおける誤差要因を考慮し、観測データにノイズが含まれる場合の逆推定についても検討する。汚染源推定の対象となるパラメータは汚染源の長さ  $y_0$  と汚染源厚さ  $L_z$ 、汚染源位置  $(x_s, y_s, z_s)$  の5つであり、生物の進化を工学的に模した多点探索手法である遺伝的アルゴリズム (GA)<sup>2)</sup>を用いて推定する。GA では推定解の組み合わせである個体に対して対象とする問題への適合度を評価し、適合性が高いものほど次世代に選択されやすくなる。また、交叉や突然変異などの遺伝的作用により個体群を進化させていくことで未知量の解を推定していく。Table 1 に解析に用いるパラメータを列記する。

$$R_d \frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - R_d \lambda c \quad (1)$$

$$D_x = \alpha_L v + D_d, \quad D_y = \alpha_{TH} v + D_d, \quad D_z = \alpha_{TV} v + D_d \quad (2)$$

$$v' = \frac{v}{R_d}, \quad D'_x = \frac{D_x}{R_d}, \quad D'_y = \frac{D_y}{R_d}, \quad D'_z = \frac{D_z}{R_d} \quad (3)$$

$$c(x, y, z, 0) = 0 \quad (4)$$

$$c(0, -y_0 \leq y \leq y_0, z_1 \leq z \leq z_2, t) = c_0(t) \quad (5)$$

$$c(\infty, y, z, t) = 0 \quad (6)$$

$$c(x, \pm\infty, t) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial c}{\partial z}(x, y, 0, t) = 0 \quad (8)$$

$$c = \frac{x}{4B\sqrt{\pi D'_x}} \int_0^t c_0(t-\xi) \frac{1}{\xi^{3/2}} \exp\left(-\lambda\xi - \frac{(x-v'\xi)^2}{4D'_x\xi}\right) \times \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{y-y_0}{2\sqrt{D'_y\xi}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{y+y_0}{2\sqrt{D'_y\xi}}\right)\right) \left((z_2-z_1) + \frac{2B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\right) \times \left(\sin\left(\frac{n\pi z_2}{B}\right) - \sin\left(\frac{n\pi z_1}{B}\right)\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{B}\right) \exp\left(-D'_z \frac{n^2 \pi^2}{B^2} \xi\right) d\xi \quad (9)$$

$c$ : 物質濃度,  $c_0$ : 汚染源濃度,  $(x, y, z)$ : 座標,  $t$ : 時間,  $\operatorname{erfc}(\cdot)$ : 補誤差関数  
 $v$ : 浸透流速,  $2y_0$ :  $y$  軸汚染源長さ,  $z_2 - z_1$ :  $z$  軸汚染源長さ,  $B$ : 帯水層厚さ  
 $\alpha_L$ : 縦分散長,  $\alpha_{TH}$ : 水平方向横分散長,  $\alpha_{TV}$ : 鉛直方向横分散長  
 $D_{x,y,z}$ : 分散係数,  $D_d$ : 有効拡散係数,  $\lambda$ : 崩壊定数,  $R_d$ : 遅延係数

$$c_{\text{obs}}(x, y, z, t) = c_{\text{ext}}(x, y, z, t) + \varepsilon \delta_n c_{\text{ext}}(x, y, z, t) \quad (10)$$

$c_{\text{obs}}$ : 観測データ,  $c_{\text{ext}}$ : 解析解,  $\varepsilon$ : ノイズ,  $\delta_n$ : 正規乱数 (平均0, 分散1)

Table 1: Parameters used in the analysis.

解析に用いるパラメータ			
縦分散長 (m)	1	水平方向横分散長 (m)	0.5
有効拡散係数 (m <sup>2</sup> /day)	0	鉛直方向横分散長 (m)	0.1
帯水層厚さ (m)	20	浸透流速 (m/day)	1
崩壊定数 (1/day)	0	遅延係数	1
個体数	50	世代交代数	50
突然変異確率	0.05	交叉確率	0.85

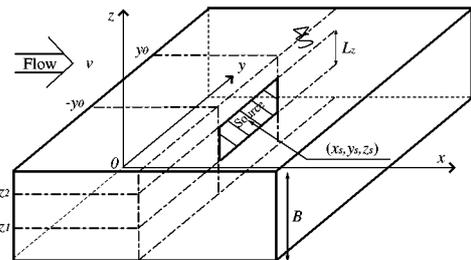


Fig.1 A three dimensional aquifer system.  
三次元帯水層領域

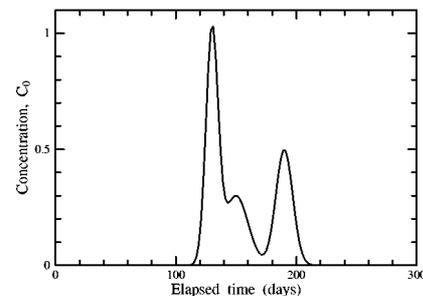


Fig.2 Variation of source concentration.  
汚染源の濃度変化

\*神戸大学農学部: Faculty of Agriculture, Kobe University.

Table 2: Results of GA estimation.

パラメータ	$\varepsilon = 0$			$\varepsilon = 0.05$			$\varepsilon = 0.2$			
	True	Case 1	Case 2	Case 3	Case 1	Case 2	Case 3	Case 1	Case 2	Case 3
汚染源長さ: $y_0$	50	50	62	48	47	50	55	56	63	60
汚染源厚さ: $L_z$	2.0	1.8	2.0	2.0	1.8	1.6	2.0	1.6	1.3	1.4
汚染源位置: $x_s$	100	116	76	90	84	71	112	85	106	119
汚染源位置: $y_s$	100	104	86	106	112	89	89	90	75	119
汚染源位置: $z_s$	19	16	15	18	17	18	16	18	15	16

### 3. 汚染源推定結果

本研究では3ケースの観測井群の下で汚染源を推定する。ケース1では(150, 100, 18), (150, 150, 18), (150, 200, 16)にて得られた観測データを逆推定に用い、ケース2は同じ $y, z$ 座標であるが、 $x = 350$ にある3つの観測井、ケース3は $x = 600$ にある3つの観測井のデータを用いる。このように地下水流れに垂直な方向へ観測井を配置しており、汚染源と観測井の距離を増加させることで、データ取得位置の影響に関して検討する。また、ノイズの影響を調べるため、 $\varepsilon = 0, 0.05, 0.2$ の3種類のノイズを観測データへ与える。Table 2に逆推定の結果を列記し、Fig. 3からFig. 5に各ケースで得られた結果を用いた観測井での濃度変化を再現する。

いずれのケースにおいても真の値を適切に推定できていないが、ノイズ強度が0と0.05の時には再現性に大きな差はないことから、0.05程度のノイズであればノイズ無しの場合と同程度の精度で汚染源を推定することができると言える。一方、ノイズが0.2に増加することでノイズの影響が出てきており、かなり低い値で濃度変化が再現されている。濃度の大きさには汚染源厚さ $L_z$ と汚染源位置 $z_s$ の推定結果が大きく影響しており、汚染源厚さが小さいあるいは帯水層の深い位置に汚染源が存在すると推定されることが濃度が低く再現される要因である。加えて、ピーク時には汚染源位置( $x_s, y_s$ )の推定結果が影響している。

観測井の配置状況やノイズの有無に関わりなく真の値を推定することは困難であるとともに、対象とした観測井配置の推定結果へ及ぼす影響は見られない。しかしながら、汚染源から離れた観測井配置では汚染の発見時において汚染物質が広範囲に分布していると予想される。そのため、汚染源推定だけでなく、汚染探査を目的とした観測井の配置方法についても検討する必要がある。

#### 参考文献

- 1) Neville, C.J. : Compilation of analytical solutions for solute transport in uniform flow, Papadopoulos & Associates, 1994.
- 2) Goldberg, D.E. : Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, Addison-Wesley Publishing, 1989.

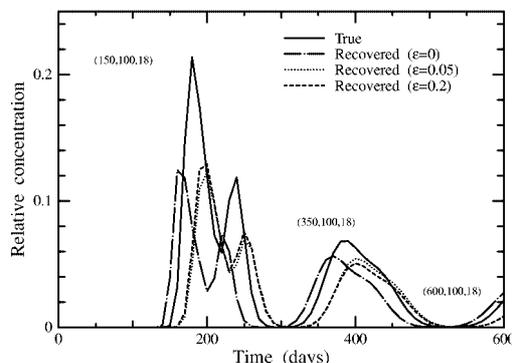


Fig.3 Recovered plume history in Case 1.  
ケース1における破過曲線の再現性

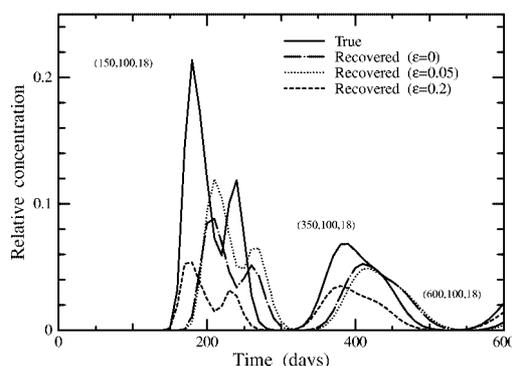


Fig.4 Recovered plume history in Case 2.  
ケース2における破過曲線の再現性

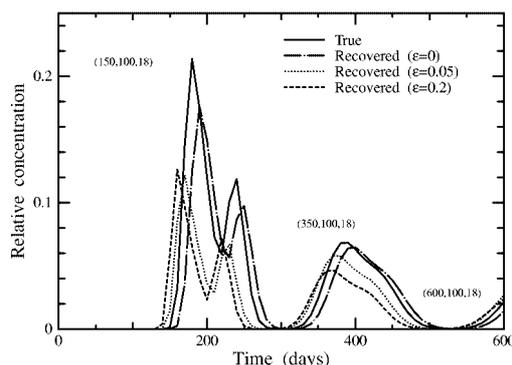


Fig.5 Recovered plume history in Case 3.  
ケース3における破過曲線の再現性