

有限体積法を用いた雨水ハーベスティング過程のシミュレーション

Simulation of Rainwater Harvesting Process Using Finite Volume Method

○ 宇波耕一*・河地利彦*

Koichi Unami and Toshihiko Kawachi

1. はじめに 半乾燥地における小規模雨水貯留ダムには、低コストかつ管理の容易な水源としての機能の他、洪水緩和機能も期待される。ガーナ大学クボン農業研究センター敷地内に建設された灌漑用雨水貯留ダムは、貯留量約17千m³を、約1.2km²の自己集水域における降雨にのみ依存し、主として渇水期の補給灌漑を行う(Kawachi *et al.*)。集水域は半乾燥サバンナであり、乾季にはダム貯水池への流入がまったく見られない。したがって、高々数時間に集中する表面流出をハーベストし、余剰水を洪水吐から流下させる過程が、各降雨事象について独立に発生することになる。ここでは、その過程を2次元浅水波方程式によってモデル化し、新たに開発した有限体積スキームを用いてシミュレートする。とくに、対象とする集水域の地表面勾配はおおよそ1/10から1/1,300の間で変化し、常流と射流が混在するため、段波の非定常シミュレーションによって数値モデルの検証をあらかじめ行う。

2. 支配方程式 集水域における雨水ハーベスティング過程の支配方程式として、水平 x - y -2次元平面における浅水波方程式

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1)$$

を考える。ここに、

$$\mathbf{U} = (h, p, q)^T, \quad (2)$$

$$\mathbf{F} = \left(p, \frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2}, \frac{pq}{h} \right)^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = \left(q, \frac{pq}{h}, \frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right)^T, \quad (4)$$

$$\mathbf{S} = (r, gh(S_{0x} - S_{fx}), gh(S_{0y} - S_{fy}))^T \quad (5)$$

であり、 t は時間、 h は水深、 p と q はそれぞれ x -方向と y -方向の単位幅流量ベクトル、 g は重力加速度、 r は有効降雨強度、 S_{0x} と S_{0y} はそれぞれ x -方向と y -方向の地表面勾配、 S_{fx} と S_{fy} はそれぞれ x -方向と y -方向の摩擦勾配である。摩擦勾配の評価にはManning式を用いる。

3. 離散化手法 対象領域は三角形セルの非構造格子によって分割する。状態ベクトル $\mathbf{U}$ の3成分のうち、 p と q はセル内で一定とするが、 h についてはその大きさ、地表面勾配、Froude数を考慮したセル内の一次関数によって構成する。フラックス $\mathbf{F}$ と $\mathbf{G}$ には、Lin *et al.* の用いている Liou-Steffen 分割をさらに発展させた移流-圧力分割手法を適用する。そのフラックス分割に基づき、Froude数を考慮したスキームを用いてセル境界におけるフラックス評価を行う。一方、湧出し項 $\mathbf{S}$ については、単位幅流量ベクトルの方向によって定まる上流スキームを適用する。なお、水深 h をセル内で一定とせず湧出し項 $\mathbf{S}$ を評価する手法は、Zhou *et al.* によって一例が提案され、Tsengによって1次元自然急流河川における常流射流混在流への適用がなされているが、ここではダム貯水池の貯留水から集水域斜面流に至る多様な2次元流れを同時に処理するように改善されたものを用いている。

4. 数値モデルの検証 開発した数値モデルの検証計算として、長さ7m、幅0.6m、勾配1/100、Manning粗度係数0.0098の水路において発生する段波のシミュレーションを行う。上流端より0.04m³/sの流量を流下させる。限界水深と等流水深は、それぞれ、7.681cmと4.887cmであり、水路は急勾配である。水路の下流端は全幅刃形堰となっており、等流状態を初期条件に与えると跳水が下流端から上流へ向かって移動し、平衡状態へ漸近する。Figure 1 に、計算格子ならびにシミュレートして得られた平衡状態のFroude数分布を示す。また、跳水が移動し、平衡状態へ漸近する状況を、初期時刻から5s毎の断面最高・最低水位によってFigure 2に示す。さらに、流れが射流から常流へ遷移する格子境界の位置から算出した段波の移動速度 c 、ならびに、射流側水深と常流側水深から理論的に計算される段波の移動速度 ω をFigure 3において比較する。両者は、互いに矛盾のない時間変動をしていると見なしうる。以上の結果、このモデルは、離散格子の影響により振動を伴うが、射流から常流への遷移を含む非定常流に対しても十分な再現性を有すると判断される。

*京都大学農学研究科, Graduate School of Agricultural Science, Kyoto University, 有限体積法, 雨水ハーベスティング, 2次元浅水波方程式

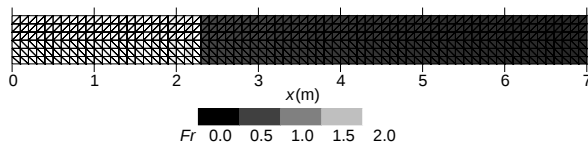


Figure 1: 計算格子と平衡状態

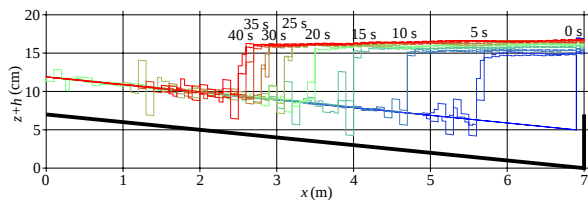


Figure 2: 段波のシミュレーション結果

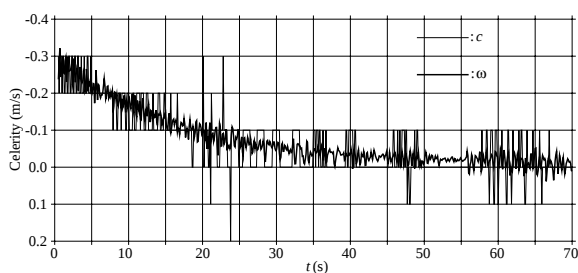


Figure 3: 段波の移動速度

5. 雨水ハーベスティング過程への適用 ダム貯水池を含め集水域全体で水深が0の状態を初期条件に与え、雨水ハーベスティング過程のシミュレーションを行う。洪水吐はコンクリート製の越流堰であり、越流水深の1.5乗に比例した流量が放流されるものとする。有効降雨強度 r として、 $t=0$ 分～90分において100 mm/hour、 $t=90$ 分～100分において150 mm/hourを与え、それ以降、降雨を停止させてさらに90分間分計算を継続する。Figure 4には、この有効降雨強度とともに、貯水池水位、洪水吐越流流量のシミュレーション結果を示す。検証計算の結果からも予想されるように、流れの場に若干の不安定性が見られるが、保存則が保持されるスキームであるため十分な精度で雨水ハーベスティング過程が再現されていると考えられる。また、Figure 5には、 $t=100$ 分における流れの場を、計算格子上に図示する。雨水が谷筋に集中しつつダム貯水池に流入し、余剰水がみお筋を形成して洪水吐へ到達する状況を見ることができる。

6. おわりに 有限体積法による2次元浅水波方程式の数値モデルを開発し、段波による検証計算を行った上で雨水ハーベスティング過程のシミュレーションを行った。数値モデルを構成する各スキームは、極めて単純なアルゴリズム

によって構築されているが、安定性と精度の面においても非常に有用なものである。また、ここに示したような常流射流混在流の非定常問題は、従来、数値解析が非常に困難であるとされてきたが、このモデルは実用上十分に満足 of いくシミュレーションを可能にしている。なお、標準的な定常斜め跳水問題やダム決壊問題についても検証を行い、既往のモデルとの整合性を別途確認している。一方、雨水貯留ダム現地サイトにおいて、雨量計と水位計を設置して自動観測を開始しており、そこで得られたデータを用いて粗度係数や最悪状態となる降雨波形の同定を行っていく予定である。

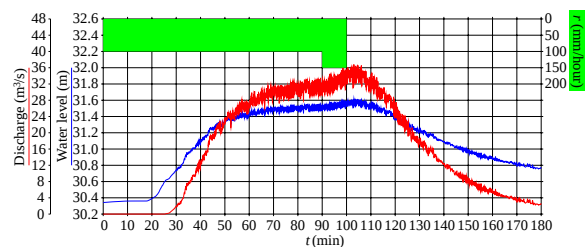


Figure 4: 有効降雨強度，貯水池水位，および洪水吐越流流量

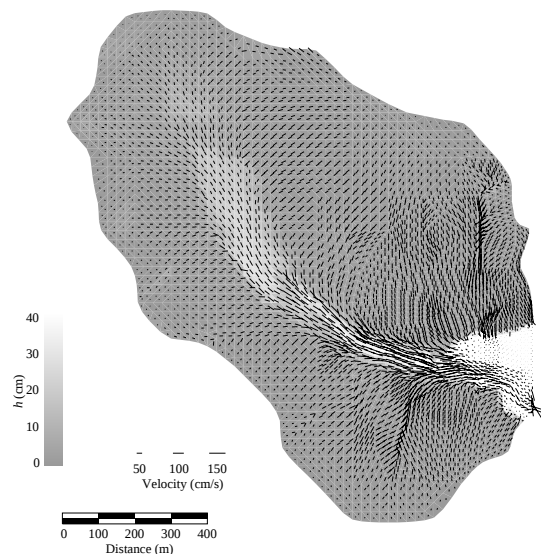


Figure 5: $t=100$ 分における集水域の流れ

引用文献 [1] Kawachi T, Aoyama S, Yangyuoru M, Unami K, Acquah D, Quarshie S. An irrigation tank for harvesting rainwater in semi-arid savannah areas -Design and construction practices in Ghana/West Africa-. J of Rainwater Catchment Systems (submitted). [2] Lin GF, Lai JS, Guo WD. Finite-volume component-wise TVD schemes for 2D shallow water equations. Adv in Water Resour 2003; 26:861-73. [3] Tseng MH. Improved treatment of source terms in TVD scheme for shallow water equations. Adv in Water Resour 2004; 27:617-29. [4] Zhou JG, Causon DM, Mingham CG, Ingram DM. The surface gradient method for the treatment of source terms in the shallow water equations. J Computat Phys 2001; 168:1-25.