

# ため池の越流破壊初期過程に関する考察

## Failure mechanism of an embankment

### at the early stage of overflowing from a reservoir

○ 藤沢 和謙\*・桃木 昌平\*・小林 晃\*・青山 咸康\*

Kazunori FUJISAWA, Shohei MOMOKI, Akira KOBAYASI, and Shigeyasu AOYAMA

#### 1.はじめに

土構造物であるため池は水流に対して弱く、越流によって天端や裏法面が浸食をうけ、堤体断面積が減少し、最終的には決壊に至る。そもそもため池は堤防とは異なり、貯水が目的である。そのため、ため池に多くの水を湛えるため排水能力の小さな洪水吐が設けられることも多い。つまり貯水と越流対策は相反し、ダムのように適切な管理が難しい現状を考えるとため池の越流被害は今後も起こる可能性が高い。しかしこれまでため池を対象にして越流破壊現象を取り扱った報告はほとんどなく、理論的に破壊メカニズムについて言及した報告は見あたらない。そこで本研究では、理論的な越流破壊メカニズムの解明に着手した。

#### 2.模型実験

越流による堤体への影響を観察するため、堤体模型を作製して室内実験を行った。実験装置の模式図をFig.1に示す。作製した堤体模型の含水比は10.3%，乾燥密度は $1.85\text{g/cm}^3$ であった。Fig.2に堤体断面の時間変化を示す。Fig.2(a)からFig.2(b)は主に法肩と法面が浸食を受け小さな凹凸が形成される。Fig.2(b)からFig.2(c)では小さな凹凸が広がるように浸食面はなめらかになるが斜度が急になり、Fig.2(d)では完全に切り立った形状へと移行する。Fig.2(d)からFig.2(e)では切り立った階段状の形状と高さを維持したままゆっくりと上流側へ移動していく。

#### 3.浸食の支配方程式

堆積を考慮しない浸食の支配方程式は、矩形水路を仮定すれば

$$u_d h_d \frac{\partial u_d}{\partial s_d} = g h_d \sin \theta - \frac{1}{2} g \frac{\partial}{\partial s_d} h_d^2 \cos \theta - \frac{\tau_b}{\rho} \quad (1)$$

$$u_d h_d = q_w \quad (2)$$

$$\cos \theta (1 - \lambda_p) \frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} = -\alpha \left( \frac{u_d^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma \quad (3)$$

で与えられる<sup>1)</sup>。ここに $u_d$ ， $\eta_d$ ， $t_d$ は平均流速，浸食面（底面）の高さ，時間であり， $h_d$ は底面から垂直に測った水深， $s_d$ は底面の長さ， $\tau_b$ は底面に加わるせん断応力， $\theta$ は水平面と底面のなす角である。 $g$ ， $q_w$ ， $\lambda_p$ ， $\rho$ は重力加速度，単位幅流量，間隙率，水の密度である。一様な斜面に等流が作用する場合，一様な速度で斜

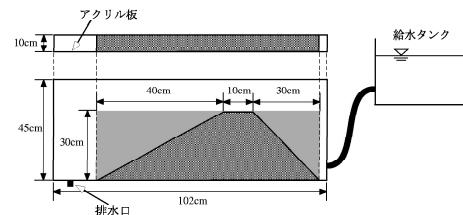


Fig.1 実験装置

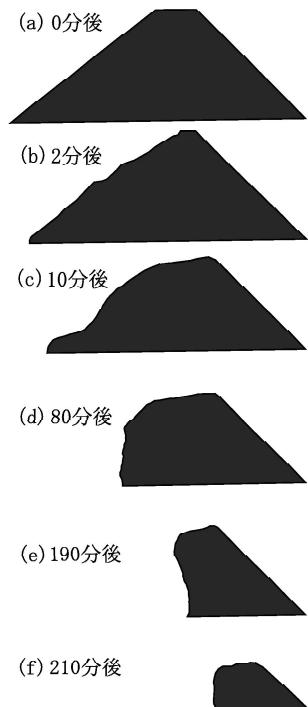


Fig.2 堤体断面の変化

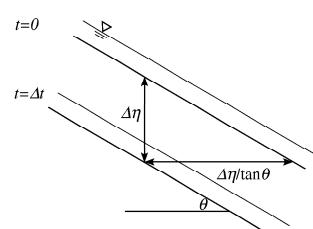


Fig.3 斜面の浸食速度

\*京都大学大学院農学研究科；Graduate School of Agricultural Science, Kyoto University. キーワード；越流破壊, 浅水流方程式, 線形安定性解析.

面は浸食を受け、下方または上流方向に一定速度で斜面が移動していく様子が見られるはずである。 $u_d$ ,  $h_d$ ,  $\theta$  が一定であるとして式(1)を整理し、Fig.3を参考にして斜面の上流方向へ移動する速度  $c_{nd}$  を求めると

$$u_d = u_{nd} \equiv \sqrt[3]{\frac{gq_w \sin \theta}{C_f}} \quad c_{nd} = -\frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} / \tan \theta = \frac{\alpha}{\sin \theta (1 - \lambda_p)} \left( \frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma \quad (4)$$

となる。 $u_{nd}$  は等流の流速である。堤体の裏法面上では多くの領域で等流が作用しているにも関わらず、Fig.3 に示したような斜面が一様に浸食される様子は Fig.2 からは確認できず、Fig.2(b) では凹凸が形成が見られた。この理由は線形安定解析を行うことで説明できる<sup>1)</sup>。

式(4)で得られた基本解に擾乱を加え

$$u_d = u_{nd} + u_{pd} \quad \eta_d = \eta_0 - \tan \theta (x_d + c_{nd} t_d) + \eta_{pd} \quad (5)$$

とする。ここに  $\eta_0$  は  $x_d = 0$ ,  $t_d = 0$  における  $\eta_d$  の値である。式(5)を式(1), 式(3)に代入し、 $u_{nd}$  まわりのテーラー展開によって  $u_{pd}$ ,  $\eta_{pd}$  の一次の項までで整理すると

$$\frac{C_f u_{nd}^3}{q_w} - g \sin \theta + (u_{nd} - \frac{q_w g \cos \theta}{u_{nd}^2}) \frac{\partial u_{pd}}{\partial s_d} + 3 \frac{C_f}{q_w} u_{nd}^2 u_{pd} + g \cos \theta \frac{\partial \eta_{pd}}{\partial x_d} = 0 \quad (6)$$

$$-c_{nd}(1 - \lambda_p) \sin \theta + \cos \theta (1 - \lambda_p) \frac{\partial \eta_{pd}}{\partial t_d} = -\alpha \left( \frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^\gamma - 2u_{nd}\alpha\gamma \left( \frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^{\gamma-1} u_{pd} \quad (7)$$

となる。さらに式(4)と式(8)の無次元化をほどこすと式(9)が得られる。

$$u_{pd} = u_{nd}u_p, x_d = \frac{q_w}{u_{nd} \tan \theta} x \eta_{pd} = \frac{q_w}{u_{nd}} \eta_p, t_d = \frac{(1 - \lambda_p) q_w}{\alpha u_{nd}} t \quad (8)$$

$$\left( \frac{u_{nd}^3}{gq_w} - \cos \theta \right) \frac{\partial u_p}{\partial x} - 3u_p + \frac{\partial \eta_p}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial \eta_p}{\partial t} = -Qu_p, Q = 2u_{nd}^2 \gamma \left( \frac{u_{nd}^2}{u_t^2} - 1 \right)^{\gamma-1} \quad (9)$$

ここで

$$u_p = \bar{u} e^{ik(x - c_p t)} \quad \eta_p = \bar{\eta} e^{ik(x - c_p t)} \quad (10)$$

と解を仮定する。式(9)に代入し、 $c_p$  を求めると

$$c_p = \frac{Q}{\cos \theta} \frac{-3 + ik \left( \frac{u_{nd}^3}{gq_w} - \cos \theta \right)}{9 + k^2 \left( \frac{u_{nd}^3}{gq_w} - \cos \theta \right)^2} \quad (11)$$

が得られる。 $c_p$  の実部を  $c_{pr}$ , 虚部を  $c_{pi}$  とすれば

$$e^{ik(x - c_p t)} = e^{kc_{pr}t} (\cos k(x - c_{pr}t) + i \sin k(x - c_{pr}t)) \quad (12)$$

となるため、 $kc_{pi}$  は擾乱の大きさの時間発展に関係し、 $c_{pr}$  は擾乱の伝播に関係する。 $c_{pr}$  は常に負であるが、 $kc_{pi}$  の正負は  $\frac{u_{nd}^3}{gq_w} - \cos \theta$  の符号に左右される。

$$\frac{u_{nd}^3}{gq_w} - \cos \theta = \cos \theta \left( \frac{h_c^3}{h_0^3} - 1 \right) \quad (13)$$

と限界水深  $h_c$  と等流水深  $h_0$  を用いて変形できるので、限界水深  $h_c$  が等流水深  $h_0$  より大きい、つまり斜流の時は  $c_{pi}$  は正となり擾乱は時間と共に発展する。また限界水深  $h_c$  が等流水深  $h_0$  より小さい、つまり常流の時は  $c_{pi}$  は負となり擾乱は時間と共に衰退する。

堤体裏法面で越流水は斜流として流れる。そのため浸食面に存在する擾乱が拡大し、Fig.3 のように斜面が一様に浸食されることとは難しい。そこで Fig.2(b) に示すように凹凸が形成され、その凹凸が広がるようにして、Fig.2(c), (d) のような段が形成されると考える。

#### 参考文献

- Parker,G. and Izumi,N.: Purely erosional cyclic and solitary steps created by flow over a cohesive bed, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.419, pp.202-238, 2000.