

湖沼水質管理のための流入河川負荷量の最適配分
Optimal Allocation of Allowable Load to Influent Rivers for
Lake Water Quality Management

○ 前田 滋哉 ・ 河地 利彦

○ Shigeya Maeda and Toshihiko Kawachi

1. はじめに 湖沼、海域といった閉鎖性水域の水質環境保全には、水域への流入負荷量を必要範囲で制御することが重要である。このような観点から、あるレベルの水質を維持した上で湖や海への排出負荷量を計算する研究が数値計画法を用いて行われつつある（例えば、Chapra *et al.*, 1983¹⁾; Martínez *et al.*, 2000²⁾）。しかし、水域での流れや物質輸送現象を精細にモデル化し、水質の最適管理手法を開発することはほとんど行われていない。そこで本研究では、湖沼において水質環境基準の達成を保証した上で、流入河川による汚濁負荷の許容最大値を推定するため、湖沼での流れ解析を前提とした線形計画モデルを考案する。そして本手法を滋賀県琵琶湖に適用し、考察を行う。

2. 支配方程式 湖沼の流れは次の浅水長波方程式に支配されると仮定する。

$$-fV + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{h + \eta} (\lambda |W|U - \lambda^o |W^o|U^o) = 0 \quad (1)$$

$$fU + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{h + \eta} (\lambda |W|V - \lambda^o |W^o|V^o) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)U] + \frac{\partial}{\partial y} [(h + \eta)V] = 0 \quad (3)$$

ここで、 x, y = デカルト座標（それぞれ、東、北向きが正）、 U, V = x, y 方向の湖水の断面平均流速 (m/s)、 U^o, V^o = x, y 方向の風速 (m/s)、 h = 平均水深 (m)、 η = 平均水位からの水面の偏差 (m)、 f = コリオリパラメータ (rad/s)、 ν = 水平渦動粘性係数 (m²/s)、 g = 重力加速度 (m/s²)、 W = 湖水の流速ベクトル (m/s)、 W^o = 風速ベクトル (m/s)、そして λ, λ^o = 底面摩擦、水面摩擦に関する係数である。

湖沼における COD 輸送は次の式に支配され

ると仮定する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - U \frac{\partial C}{\partial x} - V \frac{\partial C}{\partial y} - KC + Q^u = 0 \quad (4)$$

ここで、 C = 湖水の COD 濃度を鉛直方向に積分した変数 (g/m²)、 D_x, D_y = x, y 方向分散係数 (m²/s)、 K = 減衰係数 (1/s) そして Q^u = 制御不可能 COD 負荷量 (g/(m²・s)) である。

境界条件のうち、流入河川河口部で

$$D_x \frac{\partial C}{\partial x} n_x + D_y \frac{\partial C}{\partial y} n_y = q^L C^L \quad (5)$$

を与える。ここで、 n_x, n_y = 境界上の外向き単位法線ベクトルの x, y 成分、 q^L = 単位幅あたりの河川流入流量 (m²/s) (既知)、そして C^L = 流入河川水の COD 濃度 (g/m³) (最適化モデルにおける決定変数) である。

3. 最適化モデル 始めに流れの式 (1)-(3) を有限要素法により離散化、ニュートン・ラフソン法で求解³⁾ する。次に、得られた流速を用いて COD 輸送式 (4) を有限要素法で離散化する。生成される連立一次方程式は次に示す湖沼水質管理のための線形計画問題の等式制約条件として用いる。

$$\text{Maximize} \quad \sum_{r=1}^{N_r} B_r q_r^L C_r^L \quad (6)$$

subject to

(i) 有限要素法により離散化した COD 輸送方程式

$$EC + GC^L = \mathbf{b} \quad (7)$$

(ii) 湖沼における COD 濃度に関する水質環境基準

$$\mathbf{C}^o \leq \mathbf{h}^{oT} \mathbf{C}^{ou} \quad (8)$$

(iii) 流入河川水の COD 濃度の上・下限値

$$\mathbf{C}^{Ll} \leq \mathbf{C}^L \leq \mathbf{C}^{Lu} \quad (9)$$

(iv) 変数の非負条件

$$\mathbf{C}, \mathbf{C}^L, \mathbf{C}^o \geq 0 \quad (10)$$

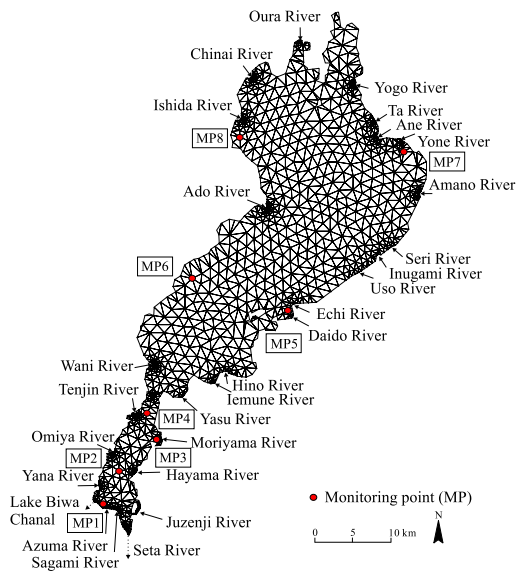


図 1 琵琶湖の要素分割および流入・流出河川，水質環境基準点位置

ここで， N_r = 湖沼の流入河川数， B_r = 流入河川の河口での川幅 r (m)， q_r^L = 流入河川 r の単位幅流量 (m^2/s)， $C = C$ を成分に持つベクトル， C^L = 流入河川水の COD 濃度 C_r^L (g/m^3) を成分に持つベクトル， E, G = 係数行列， b = 定数ベクトル， C^{Ll}, C^{Lu} = 河川水の COD 濃度の上・下限値 C^{Ll}, C^{Lu} を成分に持つベクトル (g/m^3)； h^o = 環境基準点での水深 ($h+\eta$) を成分に持つベクトル (m)； C^o = 環境基準点での C を成分に持つベクトル，そして C^{ou} = 湖沼水の COD 濃度に関する水質環境基準値 C^{ou} (g/m^3) を成分に持つベクトルである。このモデルは，湖沼内の物理的制約と水質環境基準の遵守を主要な制約条件として課した上で，湖沼へ河川より流入する総許容負荷量の最大化を目的としている。これを解くことにより，各流入河川の最適水質，したがって許容最大負荷量が求まる。

4. 適用例 滋賀県の琵琶湖に上述のモデルを適用した。解析領域を 2,078 個の要素に分割した。26 の流入河川および瀬田川と琵琶湖疏水の 2 箇所からの流出を想定した (図 1)。北西風を仮定し，河川流入量は國松 (1988)⁴⁾ の全 6 回の実測データを参考に与えた。まず式 (1)-(3) を解き，湖内の流速，水深を求めた (図 2)。次に，水質環境基準点 (MP) として実在の 8 箇所 (図 1) を定め，式 (4) 中のパラメータ値を，MP での COD 濃度の計算値が平成 16 年度の実測値にほぼ合うよう試行錯誤的に推定した。 $C^{ou}=1(\text{g}/\text{m}^3)$ ， $C^{Lu}=50(\text{g}/\text{m}^3)$ を与えたときに最適解は存在し，この時の湖内 COD 濃度分布は図 3 のようにな

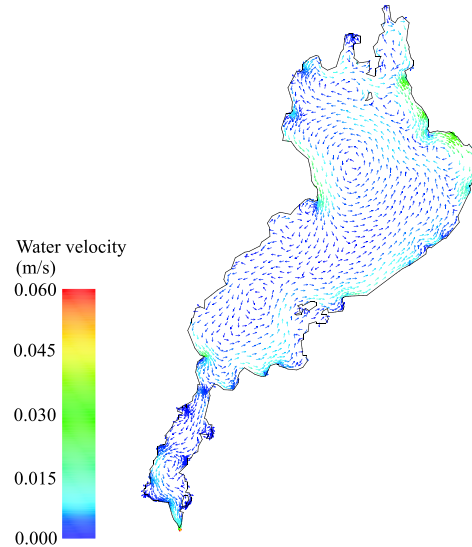


図 2 湖流ベクトル

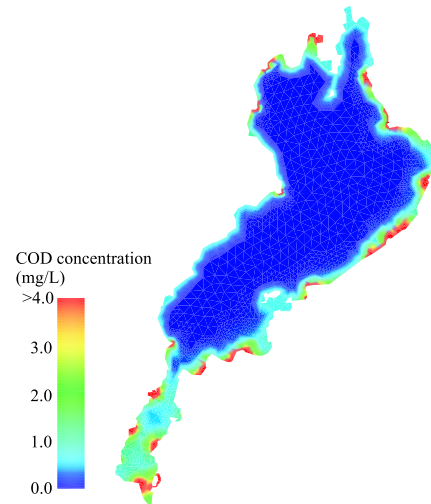


図 3 許容最大負荷量が河川より流入した場合の湖内 COD 濃度分布

った。MP 付近に河口のある 7 本の流入河川で許容最大 COD 濃度が $50\text{g}/\text{m}^3$ を下回った。

5. おわりに 湖沼水質管理のため，流入河川により輸送される COD 負荷量の許容最大値を求める線形計画モデルを提案した。今後，COD 輸送モデルの係数値，環境基準値と許容濃度との関係等をさらに考察の上，本手法を改良していく必要がある。

引用文献 1) Chapra, S.C., Wicke, H.D. and Heidtke, T.M. (1983): Effectiveness of treatment to meet phosphorus objectives in the Great Lakes, *Journal WPCF*, 55(1), pp.81-91. 2) Martínez, A., Rodríguez, C. and Vázquez-Méndez, M.E. (2000): A control problem arising in the process of waste water purification, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 114, pp.67-79. 3) Kawachi, T. and Koontanakulvong, S. (1983): Numerical investigation of two-dimensional backwater by the finite element method, *Irrigation Engineering and Rural Planning*, 3, pp.32-51. 4) 國松孝男 (1988): 河川からの汚濁負荷流出機構と琵琶湖への汚濁負荷量の推定，滋賀県琵琶湖研究所編集，琵琶湖研究-集水域から湖水まで-，滋賀県琵琶湖研究所 5 周年記念誌，pp.49-63.