# Airy の応力関数を用いた埋設管内部応力挙動精査 Analyses of the Stress Behavior of the Buried Pipe by Airy's Stress Function

○百々宏晶\*・河端俊典\*・内田一徳\* Hiroaki DODO, Toshinori KAWABATA, Kazunori UCHIDA

#### 1. はじめに

埋設管の設計は、薄肉円環の構造解より、環剛性 EI/D³ に基づいて行われている. しかしながら、コスト縮減に起因する管の薄肉化の進展により管体の座屈等を引き起こすことが懸念されている.本研究では、埋設管の内部応力を構造力学の初等理論を用いずに Airy の応力関数を用いて計算し、管厚による埋設管の挙動の変化を検討した.

## 2. 解析概要

解析には、Eq.1 に示す Hooke の法則から導かれる Airy の応力関数 F を用いる.

 $\nabla^2 (\nabla^2 F) = 0, \quad \sigma_x = \partial^2 F / \partial y^2, \quad \sigma_y = \partial^2 F / \partial x^2, \quad \tau_x = \partial^2 F / \partial x \partial y \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \mathbf{Eq.1}$ 

この式を円環に適用させ、管に作用する土圧分布を境界条件に用いることで、埋設管の内部応力分布を計算することができる。また、理論値は薄肉円環の構造解から得られる曲げ応力をもとに算出する。理論解と、Airy の応力関数による解析値の比較を行うことで、管厚による応力挙動の変化を検討する。また、管に作用する土圧は Fig.1 に示すスパングラー土圧を単純化したモデルとする。

解析において模擬する埋設管と、土圧の緒元を **Table** 1 に示す.解析ケースは、管厚 100mm、75mm、50mm、25mm、10mm、5mm、2.5mmの7ケースと、地盤条件のゆる詰め、密詰めの2ケースの計 14ケースとする、管厚を変化させる際は、荷重条件の一致を重視し、外径を一定とする.また、環剛性は一般に農業用埋設管に用いられる値の 1/5 となっている.

#### 3. 解析結果と考察

Fig.2 に、管頂部における断面内周方向応力分布の解析結果を示す。管厚が大きい場合、密詰め地盤において断面の全域で圧縮が働いているが、ゆる詰め地盤においては引張部と圧縮部に分かれている。これは、密詰め地盤においては鉛直方向の土圧による水平方向のたわみが水平土圧によって抑制される分、代わりに管全体の圧縮が大きくなるのに対し、ゆる詰め地盤においては水平土圧が小さいため管の曲げ変形が卓越していることによ

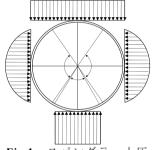


Fig.1 スパングラー土圧 Marston-Spangler Theory Table 1 解析パラメータ

Analysis Parameter

管外径	1.00m
管内径	管厚により変化
環剛性	$2.00kN/m^2$
内圧	$0 kN/m^2$
鉛直土圧	$1.00N/m^2$
管支床支持角	90°
水平土圧分布角	100°
水平土圧ピーク値	1 or 0.5 N/m <sup>2</sup>

※密詰めならば 1, 緩詰めならば 0.5 を使用する.

<sup>\*</sup>神戸大学農学研究科 Graduate School of Agricultural Engineering, Kobe University,埋設管,構造解

るものであると考えられる.

また、密詰め地盤において管厚が大きい場合、管の外側に応力集中している様子がわかる.このことから、管に作用する力は断面に均等に作用するのではなく、管の外側に偏っていることが考えられる.

管厚が小さくなると理論値と計算値は高い精度で一致する.これは,管厚が小さくなる断面内に発生する曲げ応力が非常に大きくなることにより,応力集中等の応力が相対的に小さくなったためであると考えられる.結果として,管厚が小さいほど断面内の応力分布は理論値に近づくと言える.

Fig.3 に管に作用する曲げ応力の分布を示す.曲げ応力の分布形状は密詰め地盤とゆる詰め地盤で大きく異なる.ゆる詰め地盤では、水平土圧の値が小さいため、管側部付近において曲げ応力は正の極値を持っている.一方、密詰め地盤においては水平土圧が大きいため、管側部は押し戻され逆にこの位置では曲げ応力は小さい.密詰め地盤の曲げ応力は、管底から60°付近の外圧の小さい箇所において正の極値を、管底部において負の極値を持つ.

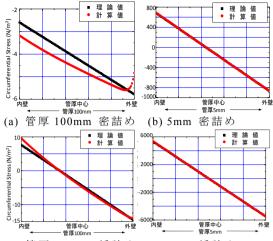
Fig.4 に示す図は、管周に作用する圧縮力を、理論値との比で示したものである. 密詰め地盤、緩詰め地盤共に、管厚による圧縮力の変化は無いことがわかる. また、圧縮力の分布形状が、曲げ応力と一致していることから、曲げ応力と周方向圧縮力には正の相関関係があることがわかる.

### 4. 今後の展望

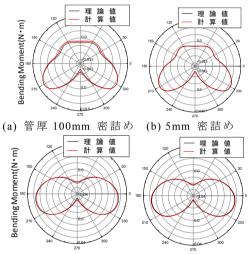
今後は、座屈臨界点の構造物が持つ応力状態の 多価性に目を向け、管座屈に対して、さらに研究 を進展させていく予定である.

# 参考文献

- 1) たとえば、S.P.Timoshenko, J.Gere: Theory of Elastic Stability, MCGRAW-HILL(1984), pp.1-153
- 渡辺昇: 土木工学のための複素関数論の応用と計算, 朝倉書店 (1981), pp.1-45, pp.303-336



(c) 管厚 100mm 緩詰め (d) 5mm 緩詰め Fig.2 管頂断面周方向応力分布 Circumferential Stress Distribution



(c) 管厚 100mm 緩詰め (d) 5mm 緩詰め Fig.3 曲げ応力分布 Bending Stress Distribution

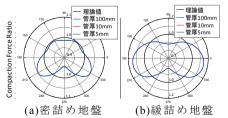


Fig.4 周方向圧縮力比 Compaction Force Ratio