

# 潜孔式魚道における流況解析への MPS 法の適用

## An Application of MPS Method to Numerical Flow Analysis in Orifice Fishways

○泉 智揮 \*・藤原 正幸\*

○Tomoki IZUMI, Masayuki FUJIHARA

### 1. はじめに

河川を含む農業水路ネットワークは、農地への水輸送という一義的な目的に加え、魚類や水生生物の生息範囲を広くするという生態系保全機能も期待されている。しかしながら、高度経済成長期以降に進められた圃場整備事業により、河川横断構造物や水田と水路の落差などがその機能を縮小させた。そのため、国土交通省や農林水産省によって多自然型川づくりや環境との調和に配慮した事業等が進められてきた。

魚道は、その一翼を担う水理構造物として注目され、水理模型実験や現地観測による流況や魚類行動に関する報告が多くなされている。また、近年の計算機性能の飛躍的な向上や数値スキームの改良により、数値モデルによる研究も増えてきている。

一般に、魚道内の流れは、常流と射流が混在する開水路流れであり、数値流体力学分野では最も高度なテクニックを要する流れの一つである。このような魚道の複雑な流況の解析手法として、VOF (Volume of Fluid) 法 [1] や MPS (Moving-Particle Semi-implicit) 法 [2] の適用が報告されている。前野ら [3] はプールタイプに分類される階段式魚道を対象として VOF 法を用いた 2 次元の解析モデルの検討を行っている。浪平ら [4] は、一般座標系に適用した VOF 法を用いた解析モデルを提案している。Fujihara ら [5] は、VOF 法を用いた 3 次元の解析モデルを提案し、全面越流型やアイスハーバー型の階段式魚道に適用している。また、浅水流近似が可能なバーティカルスロット式魚道や粗石付き斜路式魚道に対して、Fujihara ら [8] や Fujihara and Chhatkuli [9] によってその解析モデルが提案されている。一方で、後藤ら [6, 7] は MPS 法を用いて階段式魚道やストームタイプに分類されるデニール式魚道の流況解析を行っている。

本研究では、これまでに報告の少ない潜孔式魚道の流況解析における MPS 法の適用を検討する。

### 2. 支配方程式

非圧縮性流れの支配方程式として以下の連続式と Navier-Stokes 式を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は流速ベクトル、 $p$  は圧力、 $\rho$  は流体の密度、 $\mathbf{g}$  は重力加速度ベクトル、 $\nu$  は動粘性係数

\*愛媛大学農学部、Faculty of Agriculture, Ehime University.

キーワード：粒子法、潜孔式魚道、数値解析

(=1.0×10<sup>-6</sup>m<sup>2</sup>/s) である。

### 3. MPS 法による離散化

MPS 法は、計算領域内に多数の粒子を配置し粒子間相互作用モデルにより支配方程式の各項を離散化する手法である。したがって、計算格子を必要としない Lagrange 型の計算手法であるので、流れのシミュレーションにおいてしばしば問題となる移流項の離散化や複雑形状に対する格子生成といった難点が回避できる。以下、MPS 法の概要について述べる。

#### 3.1 粒子間相互作用モデル

非圧縮条件は、流体の密度が粒子数密度に比例することから、粒子数密度を一定値  $n_0$  に保つことにより満足される。

粒子  $i$  の圧力項および粘性項は以下のように記述される。

$$\langle \nabla p \rangle_i = \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right\} \quad (3)$$

$$\langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)} \quad (5)$$

ここで、 $D_0$  は次元数、 $\mathbf{r}_i$  は粒子  $i$  の位置ベクトル、 $w(r)$  は重み関数 ( $r$  は粒子間距離)、 $\lambda$  はモデル定数である。重み関数は粒子間相互作用の影響範囲を規定以下のように定義する。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (r \leq r_e) \\ 0 & (r > r_e) \end{cases} \quad (6)$$

また粒子数密度は影響範囲内に存在する粒子の重み付き総和で以下のように定義される。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (7)$$

#### 3.2 計算アルゴリズム

非圧縮性流れの計算アルゴリズムには、SMAC (Simplified MAC) 法と同様に半陰的アルゴリズムを用いる。

まず、粘性項と重力項のみを考慮した Navier-Stokes 式より、仮流速と仮粒子位置が計算される。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^k + \Delta t (\nu \nabla^2 \mathbf{u}^k + \mathbf{g}^k) \quad (8)$$

$$\mathbf{r}^* = \mathbf{r}^k + \Delta t \mathbf{u}^* \quad (9)$$

ここで、 $k$  は計算ステップ、 $\Delta t$  は計算時間ステップである。

次に、陰的な圧力勾配項による速度の修正量は、

$$\Delta \mathbf{u}^{**} = -\frac{1}{\rho} \nabla p^{k+1} \cdot \Delta t \quad (10)$$

と書けて、速度の修正量と粒子数密度の修正量は、連続式より以下の関係を満たす。

$$\frac{1}{n_0 \Delta t} n^{**} + \nabla \cdot \mathbf{u}^{**} = 0 \quad (11)$$

また、修正量  $n^{**}$  は以下の関係を満たす必要がある。

$$n^0 = n^* + n^{**} \quad (12)$$

式(10)から(12)より以下の圧力の Poisson 方程式が得られる。

$$\nabla^2 p^{k+1} = -\frac{\rho}{(\Delta t)^2} \frac{n^* - n_0}{n_0} \quad (13)$$

これを陰的に解いて圧力場を更新し、式(10)から流速の修正量を求めて次式から新しい時刻の粒子の流速と位置を決定する。

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^* + \mathbf{u}^{**} \quad (14)$$

$$\mathbf{r}^{k+1} = \mathbf{r}^* + \Delta t \mathbf{u}^{**} \quad (15)$$

計算時間ステップ  $\Delta t$  は Courant の安定条件を考慮して以下のように調整する。

$$\Delta t = \min \left( \frac{d_0}{u_{\max}}, C_{\lim}, 1.0 \times 10^{-3} \right) \quad (16)$$

ここで、 $d_0$  は粒子径、 $u_{\max}$  は粒子の最大速度、 $C_{\lim}$  は Courant 数の上限値 (=0.2) である。

#### 4. 潜孔式魚道への適用

潜孔式魚道はプールタイプの魚道に分類され、各プールを仕切る隔壁に潜孔が設けられ、その潜孔を通して水が流れるものである。この形式では、潜孔の流速はプールの水位差だけで決まり、また、流下断面としての潜孔の開口面積も一定であるため、水位変化に対して流量は一定に保たれるという特徴を有する [10]。このため、ダムに設置する魚道のように、貯水池運用による水位変動への対策が必要な場合に有効である。

図1に魚道の緒元、表1に計算条件、図2に計算結果の一例を示す。適用結果の詳細な検討は発表時にを行うものとする。

#### 5.まとめ

潜孔式魚道の流況解析に対する MPS 法の適用について検討した。実験データや他の計算スキームとの詳細な検討が課題である。

**謝辞：**本研究は、日本学術振興会科学研究費補助金（No.22580276、基盤研究（C）、代表：藤原正幸）の助成を受けたものである。

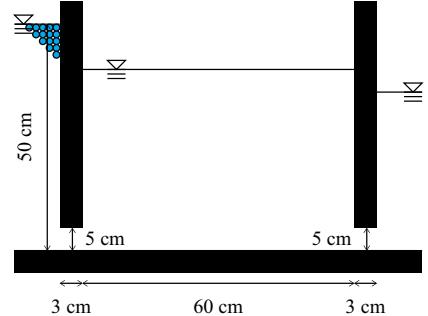


図1: 潜孔式魚道  
Fig.1: Design of an orifice fishway

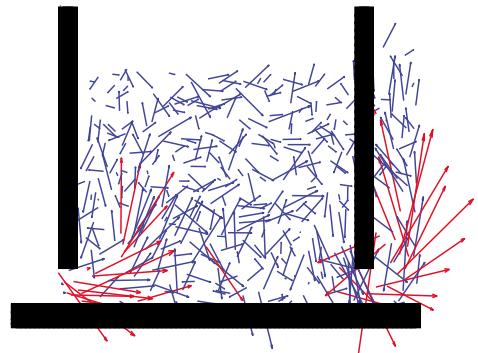


図2: 計算結果  
Fig.2: Simulation result

#### 引用文献

- [1] Hirt, C.W. and B.D. Nichols (1981): Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics*, **39**, 201-225.
- [2] Koshizuka, S. and Y. Oka (1996): Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid. *Nuclear Science and Engineering*, **123**, 421-434.
- [3] 前野詩朗・尾上博則・宮内洋介（2001）：VOF法による階段式魚道の流れの数値解析。水工学論文集, **45**, 421-426.
- [4] 浪平 篤・後藤真宏・小林宏康（2006）：一般座標系における VOF 法を用いた階段式魚道内の流況の数値解析。農業土木学会論文集, **242**, 57-65.
- [5] Fujihara, M., M. Akimoto and M. Izumi (2008): 3-D Numerical Simulations of Pool-and-Weir Fishways Using VOF. *Journal of Rainwater Catchment Systems*, **14**(1), 69-76.
- [6] 後藤仁志・酒井哲郎・芝原智樹（1999）：急激な水面変動を伴う流速場の Lagrange 型数値解析。水工学論文集, **43**, 509-514.
- [7] 後藤仁志・五十里洋行・酒井哲郎・望月貴文（2006）：3D-MPS 法による数値魚道の構築に関する基礎的検討。水工学論文集, **50**, 853-858.
- [8] Fujihara, M., T. Fukushima and K. Tachibana (2003): Numerical Investigation of Flow in Vertical Single- and Double-slot Fishways. *Transaction of JSIDRE*, **223**, 79-88.
- [9] Fujihara, M. and S. Chhatkuli (2006): Numerical Flow Modeling over Semi-Spherical Obstructions in a Series—Toward a numerical modeling of nature-like fishways embedded with stones—. *Transaction of JSIDRE*, **246**, 151-159.
- [10] 中村俊六（1995）：魚道のはなし、山海堂、225p.