

空洞を有する多孔体中の浸透流に対するダルシー数の影響 Influence of Darcy number on seepage flows through porous media with cavities

○坂井孝太郎 藤澤和謙 村上 章 川並俊輔

SAKAI Kotaro, FUJISAWA Kazunori, MURAKAMI Akira and KAWANAMI Shunsuke

1. はじめに 土質構造物の安定性を考える場合、堤体内部に存在し得る空洞や水みちが構造物に与える水理学的影響を正確に予測するには、水みちや空洞箇所での通常の流体挙動、それ以外では浸透流の挙動を同時に把握する必要がある。このような流体領域（以下、流体相と呼ぶ）と多孔質領域（以下、Darcy 相と呼ぶ）における流れを同時に解析する方法には、各相の運動方程式に Navier-Stokes 方程式（式(1)参照）と Darcy 則（式(2)参照）を採用する方法が挙げられる（e.g., Chidyagwai & Riviere, 2011）。しかし、これらの性質の異なる運動方程式の解を、Darcy 相と流体相の境界において、質量保存則と運動量保存則を満足するように接続することは困難であり、計算に要するコストも膨大となる。本文では、Darcy 相及び流体相の流れを、上記保存則を満たしながら比較的容易にシミュレートできる方法を紹介し、内部に円形の空洞を有する多孔質体を流れる流体計算結果を報告する。

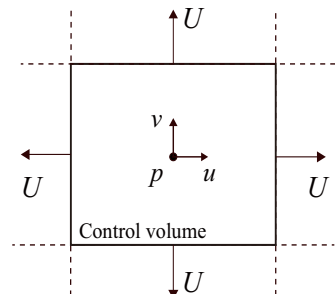


図1 計算セルと変数の配置
Finite volume cell and

表1 各計算式
Equations for computation

2. 支配方程式 式(3)に示される Darcy-Brinkman 式（e.g., Bars & Woster, 2006）を支配方程式に採用する。式(3)に現れる x_i は直交座標、 v_i は対応する流速成分であり、 ρ , p , ν , g , k , u_i , ε はそれぞれ水の密度、圧力、動粘性係数、重力加速度、透水係数、流速（Darcy 相では Darcy 流速に対応）、間隙率である。Darcy-Brinkman 式の特徴は流体相では $\varepsilon=1.0$, $k=\infty$ とすることで式(1)に表される Navier-Stokes 方程式と同一となり、Darcy 相では近似的に式(2)を満たすことができる点にある。そのため、同式を用いれば間隙率と透水係数の値を変化させることで、Darcy 相と流体相で同一の支配方程式で解析できる。

3. 数値解析手法

3.1 計算格子と時間積分 数値解析には Kim & Choi (2000) の提案した有限体積法による非圧縮性流体の解析手法を参考にした。彼らの手法の特徴は、計算セル表面に外向き法線ベクトル $U (= (u_i)_{face} n_i)$ を配置したコロケート格子を用いることにある（図1参照）。ここに、 $(u_i)_{face}$ 及び n_i はセル境界上における流速と外向き単位法線ベクトルである。式(3)に部分段階法と Crank-Nicolson 法を適用後、有限体積法の定式化に従って各計算セル上で積分を施すと式(4)～(9)を得る。同式中の、 Δt と上付き文字 n は時間間隔と時間ステップ数であり、 u_i' , $\hat{u}_i$ 及び u_i^* は部分段階法で必要となる中間流速である。また、 A , l は計算セルの面積と境界の長さであり、 $\partial/\partial n$ はセル表面での外向き法線微分を意味する。式(4)～(9)を順番に解くことで、次ステップの流速および圧力を逐次計算できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial x_i} &= 0 \dots\dots\dots (1a) \\ \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j v_i) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \dots\dots\dots (1b) \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{k}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) &= 0 \dots\dots\dots (2) \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \dots\dots\dots (3a) \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{u_j u_i}{\varepsilon} \right) &= -\frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\varepsilon g}{k} u_i \dots\dots\dots (3b) \\ \frac{u_i' - u_i}{\Delta t} &= -\frac{\varepsilon g}{2k} (u_i' + u_i) \dots\dots\dots (4) \\ \frac{\hat{u}_i - u_i'}{\Delta t} + \frac{1}{A} \oint \frac{1}{2\varepsilon} (\hat{u}_i U^n + u_i' \hat{u}_i n_j) dl &= -\frac{\varepsilon}{\rho A} \oint p^n n_i dl + \frac{\nu}{A} \oint \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\hat{u}_i + u_i'}{2} \right) dl \dots\dots\dots (5) \\ \frac{u_i^* - \hat{u}_i}{\Delta t} &= \frac{\varepsilon}{\rho A} \oint p^n n_i dl \dots\dots\dots (6) \\ \oint \frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial n} dl &= \frac{1}{\Delta t} \oint U^n dl \dots\dots\dots (7) \\ \frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} &= -\frac{\varepsilon}{\rho A} \oint p^{n+1} n_i dl \dots\dots\dots (8) \\ \frac{U^{n+1} - U^*}{\Delta t} &= -\frac{\varepsilon}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial n} \dots\dots\dots (9) \\ p_{i,f} &= \frac{k_1 \delta_1 p_1 + k_2 \delta_2 p_2}{k_2 \delta_1 + k_1 \delta_2}, \frac{\partial p}{\partial n} \bigg|_f = \frac{p_2 - p_1}{\delta_1 + \delta_2} \dots\dots\dots (10) \\ u_{i,f} &= \frac{k_2 \delta_2 u_{i,1} + k_1 \delta_1 u_{i,2}}{k_1 \delta_1 + k_2 \delta_2}, \frac{\partial u_i}{\partial n} \bigg|_f = \frac{u_{i,2} - u_{i,1}}{\delta_1} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

3.2 変数の内挿 式(5)～(8)の積分を行うには各セル表面の中点での変数 φ_f ($\varphi = u_i, p$) と $(\partial\varphi/\partial n)_f$ を算定 (内挿) する必要がある. 単純な線形補間では, 透水係数が急激に変化する場合, Darcy 相では流体相に比べて大きく圧力が減少し, 流体相のセルに必要以上に大きな圧力勾配が計算される. この問題を解消するために, 隣接するセル $\alpha (=1,2)$ での値 φ_α , セル表面までの直線距離 δ_α 及び透水係数 k_α を用いて式(10)のように各セル表面の中点での変数 φ_f を求める. 流速については, 式(11)のように, 透水係数による重みを圧力とは逆にすることで, Darcy 相と流体相の境界における流体の過度な流入出を防ぐ.

4. 空洞を有する多孔質中の流れ 図 2 に計算領域及び境界条件を示す. 一辺が 0.48 m である長方形の Darcy 相の内部中央に直径 $d = 0.16$ m の空洞を設け, Darcy 相での間隙率は $\varepsilon = 0.45$ とした. 上下壁面では slip 条件を課し, 左端側を流入面として水平方向に流入流速 u_{inlet} を与え, 右端側を流出面とした. 計算格子には一辺 0.008 m の正方形格子を用い, 時間間隔を $\Delta t = 1.0 \times 10^{-5}$ s とした. この計算は, レイノルズ数 Re とダルシー数 Da の二つの無次元数に影響することから, $50 \leq Re \leq 1,000$ 及び $10^{-8} \leq Da \leq 10^{-1}$ の範囲を設定し, 定常状態に至るまで計算を行った. なお, 流入流速及び透水係数は, 設定したレイノルズ数 Re ($= u_{inlet} d / \nu$) 及びダルシー数 Da ($= kv / gd^2$) から算出した.

図 3(a), (b)は流入流速 $u_{inlet} = 6.25 \times 10^{-4}$ m/s, 透水係数 $k = 2.5 \times 10^{-4}$ m/s における定常状態での流速分布及び圧力分布である. 計算領域内では数値振動は確認できず, 安定的に計算が行われている. 水路内で平均的に流れる水が空洞の上流側でその内部に向かって集中し, 下流側では対称的に分散している. また, 空洞に水が集中するためにその内部では流速が上昇している. 一方, 圧力は多孔質材料内で減少しているが, 空洞内部ではほぼ一定の値となっている.

図 4 (a) はそれぞれ $Re = 100$ における空洞中央における流速 U_c と壁付近における流速 U_p であり, 図 4 (b) はその比である. $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-1}$ において U_c が急激に変化し, それに伴い流速比の急激な変化が見てとれる. これは, 空洞部への流速の集中が, 限られたダルシー数の範囲で急激に生じることを意味する.

参考文献 1) Chidyagwai P. and Riviere B. (2011): A two-grid method for coupled free flow with porous media flow, *Advances in Water Resources*, **34**, 1113-1123. 2) Bars M.L. and Worster M.G. (2006): Interfacial conditions between a pure fluid and a porous medium: Implication for binary alloy solidification, *J. Fluid Mech.*, **550**, 149-173. 3) Kim D. and Choi H. (2000): A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids, *J. Comput. Phys.*, **162**, 411-428.

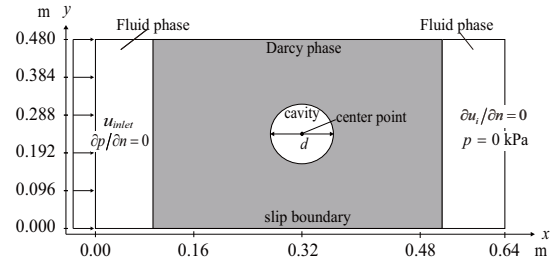


図 2 計算領域と境界条件

Computational domain and boundary condition

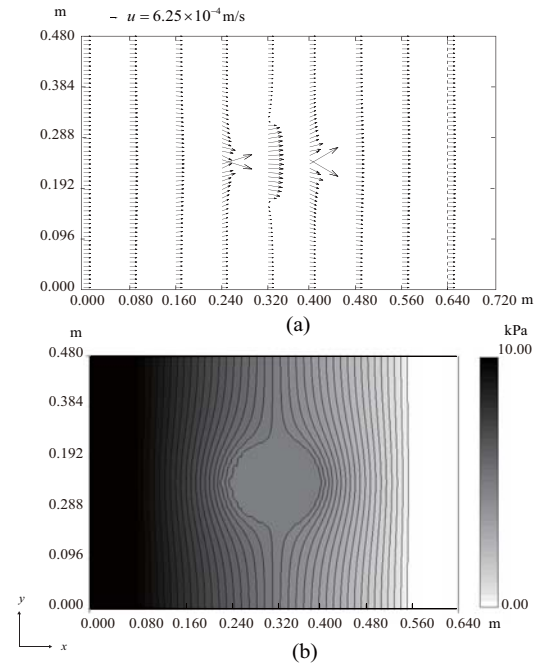


図 3 定常状態における流速分布 (a) 及び圧力分布

Distributions of flow velocity (a) and pressure (b)

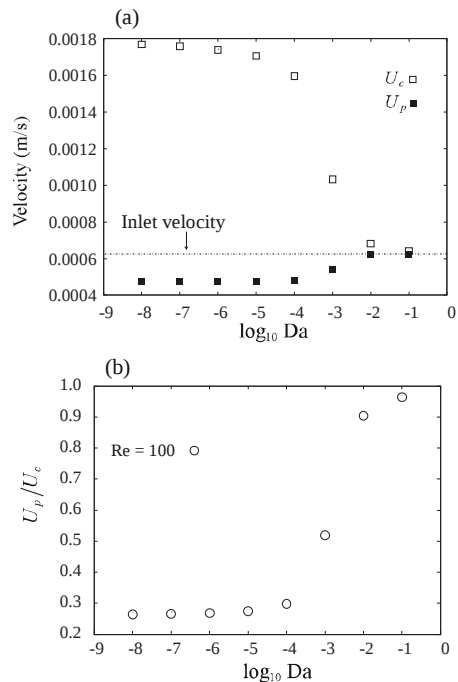


図 4 U_c と U_p の値 (a) 及びその比 (b) ($Re = 100$)

The values of U_c and U_p (a) and the ratio (b)