

散水水滴の運動について

On the Motion of Sprayed Water Drops

白井清恒* 横山慎司* 清沢秀樹**
 Kiyotsune SHIRAI , Shinji YOKOYAMA , Hideki KIYOSAWA

[1] 水滴の運動解析

水に比べて空気の密度は無視できるとし、相対速度に比例する抵抗を受けるとしたとき球形水滴(半径 r)の大気中における運動方程式は次のようである。

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = - m\{\tau(\mathbf{v} - \mathbf{u}) + g\mathbf{k}\} \quad , \quad m = \rho_w 4\pi r^3/3 : \text{水滴の質量} \quad \dots \dots \dots (1)$$

\mathbf{k} : 鉛直上方 (z 方向) にとった単位ベクトル \mathbf{v}, \mathbf{u} : 水滴および発生気流の速度ベクトル g : 重力の加速度 ρ_w : 水の密度

$\tau = a9\eta/(2\rho_w r^2)$: 空気の粘度 は、抵抗係数の Stokes の法則によるそれとの割合で、一般に Reynolds 数の関数である。この場合、Reynolds 数は $Re = 2r|\mathbf{v} - \mathbf{u}|\rho_a/\eta$ となる。単位時間当たりの水滴個数を $n = \lambda a_0 v_0 \rho_w/m$ (λ : 粒度分布による係数、 a_0 : ノズル孔断面積) とすると、単位時間当たり $n m (\mathbf{v} - \mathbf{u})$ だけの力を空気に与えることになる。故に、空気の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt} \rho_a a \mathbf{u} = n m \tau (\mathbf{v} - \mathbf{u}) \quad \begin{array}{l} a : \text{気流の断面積} \\ \rho_a : \text{空気の密度} \end{array} \quad \dots \dots \dots (2)$$

水滴の運動軌跡に対して垂直な散水断面積 (水滴の分散する面積) を a_w とすれば $a_w = a_w (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) / v$ $\dots \dots \dots (3)$

となる。ノズル孔の断面積を a_0 、半径を R_0 として次式のようにおく。
 $\frac{a_w}{a_0} = \frac{\pi R^2}{\pi R_0^2} = \left(\frac{s+s_0}{s_0} \right)^\beta$ s : 水滴の運動距離 $\dots \dots \dots (4)$
 s_0 : 実験定数

次に、水滴の温度や体積の変化を表す方程式について述べる。今の場合、ただ 1 個の水滴の運動と異なるのは、散水圏内 (水滴の分散する領域) と大気圏では温度や湿度が異なることである。³⁾ 従って、水滴、散水圏及び大気圏にわたる熱や水蒸気の交換を考える。

まず、熱流については平衡状態で $h_w(\theta_{aw} - \theta) = h_a(\theta_a - \theta_{aw}) = h(\theta_a - \theta)$ が成立する。ここに

h_w, h_a : それぞれ水滴 - 散水圏内、散水圏内外の熱伝達係数
 $\theta, \theta_{aw}, \theta_a$: それぞれ水滴、散水圏内及び散水圏外大気の温度

上式より $\gamma = \frac{h}{h_w} = \frac{h_a}{h_w + h_a}$ または $\frac{1}{\gamma} = 1 + \frac{h_w}{h_a}$ $\dots \dots \dots (5)$

h_w は N 個 (単位散水地表面積当たり) の球形水滴によるものと考えられるから、
 $h_w = 4\pi r k F N = \frac{3rkFv_0 t_0 a_0}{r_0^3 A} \lambda$ $\dots \dots \dots (6)$

k : 空気の熱伝導係数、 F : 風係数、 A : 散水地表面積、 t_0 : 水滴滞空時間

* : (有) アグリウエザ - ** : 三重大学生物資源学部 キーワード
 Agri-weather Inc. Fac.of Bioresources, Mie univ. 散水灌漑、灌漑水温、水・熱収支

次に、 h_a は au なる発生気流によって運ばれる熱量に対応するとし、(3)を考慮して

$$h_a = \frac{a_0}{A} \frac{(u_x v_x + u_z v_z)}{v} C_a \rho_a \left(\frac{s+s_0}{s_0} \right)^\beta \quad \dots \dots \dots (7)$$

となる。

これらを(5)式に代入すると γ が得られる。(a_0 , A は消去される。) ここで、温度を水蒸気密度に、 F を F' に、 k を D (水蒸気拡散係数) に置き換えれば水蒸気についての係数 γ' が得られる。

$$h_w' = h_w DF' / (kF), h_a' = h_a / (C_a \rho_a), \gamma' = \frac{h_a'}{h_w' + h_a'}, \frac{h_w'}{h_a'} = \frac{DF' h_w}{\kappa_a F h_a} \quad \dots \dots \dots (8)$$

得られた γ' を用いることにより、温度や半径の変化を表す方程式として次式を得る。

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{3}{C_w \rho_w r^2} \left\{ \gamma' F \left(k + \frac{4\sigma r}{F} T_a^3 \right) (\theta_a - \theta) + \gamma' F' L D (\rho_{va} - \rho_{vw}) \right\} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\gamma' DF'}{r \rho_w} (\rho_{va} - \rho_{vw}) \quad \begin{array}{l} \rho_{va}: \text{大気の水蒸気密度} \\ \rho_{vw}: \text{水滴温度における飽和水蒸気密度} \end{array} \quad \dots \dots \dots (10)$$

(1),(2),(9),(10)の常微分方程式を連立させて解くことにより散水水滴の運動軌跡及び水滴温度・半径が得られる。なお、風係数 F は Frössling²⁾ による次式を用いる。

$$F = 1 + 0.276 P_r^{1/3} R_e^{1/2}, F' = 1 + 0.276 S_c^{1/3} R_e^{1/2} \quad \dots \dots \dots (11)$$

$P_r = \nu / \kappa$: Prandtl 数、 $S_c = \nu / D$: Schmidt 数、 ν, κ : 空気 の 動 粘 度 及 び 熱 拡 散 係 数

[2] 代表径および係数 について

実際の場合には種々の大きさの水滴が存在するが、代表径 r_c としては、運動方程式(1)の特性をあらわす λ について平均的なものを考える。

水滴の滞空時間は 1.5 秒程度と短時間であるため、水滴径や温度の変化が運動軌跡に与える影響は極めて小さいのが通例である。従って代表径を求めるためには、蒸発を無視してもよい。白井¹⁾は、さきに、発生気流や温度変化を無視し、Newton の抵抗則による解析解が実測結果と比較的によく合う事を認めたので、これを適用する。

以上の仮定より、Newton の抵抗則によるとすれば、 λ は ν/r に比例することになる。ここで、前報の解析結果により ν は r の大よ 0.5~0 乗に比例するとしてよいから、結局、 r の -0.5 ~ -1 乗の平均値を求める問題となる。

更に、前報において水滴径は径の 1.5 乗のワイブル分布に従うことを指摘した。これを用いると、最大散水量を示す粒径が適当であることが証明される。

次に、任意の r の水滴は全噴射量に対応しないから補正する必要があり、この補正值が λ である。この値は水滴分布密度関数 $f(r)$ から次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{f(r)}{f(r_c)} = \left(\frac{r}{r_c} \right)^3 \exp \left\{ 2 - 2 \left(\frac{r}{r_c} \right)^{1.5} \right\} \quad \dots \dots \dots (12)$$

以上により計算に必要な諸係数が推定され、計算結果は実測値¹⁾²⁾³⁾とよく一致した。

引用文献

- 1) 白井 . , 1959 , 散水かんがいにおける損失水量 , 三重大農学報 , 20 , 61-83
- 2) 白井、松井、新庄 . , 1971 , 散水水滴の温度に関する研究 , 農土論集、35 , 24-35
- 3) 白井、清沢、松井 . , 1979 , 散水による気温湿度の変化 , 三重大農学報 , 58 , 33-56