多重成層土壌中における水,溶質,熱の 2 次元連立移動の数値シミュレーション

Numerical Simulation for 2-Dimensional Coupled-Transfer of Water, Solute and Heat in Multi-Layered Soil

○ 菊池貴*, 登尾浩助**, 阿部芳彦 *

○ Takashi Kikuchi*, Kosuke Noborio**, Yoshihiko Abe *

1．　はじめに

近年、土壌物理に基づく土中の物質移動のモデル化が行われている。また、それに基づいたシミュレーション・コードも開発が行われており[1]、今後、理論とシミュレーション、実測との突き合わせが必要になってくると考えられる。

本研究では最終的には 3 次元の水、溶質、熱の連立したシミュレーションの構築を目指す。しかし、これを一時に行うのは非常に困難であるため段階的に解決していく。

過去の研究で 2 次元の水、溶質の連立したシミュレーションを行った。これにおいて、2 次元の水と溶質の連立移動、地形への適応、層間の境界条件についての問題を解決した。本論分ではこれをさらに拡張し熱を含む連立移動のシミュレーションを行う。

この問題を解決していく上で、

- 2 次元の水、溶質、熱の移動の連立したモデル化
- 水、溶質、熱の基礎方程式の連立した解法
- 座標変換を用いた地形への適応
- 層と層の間の境界条件

これらの４つが必要になる。地形への適応と層間の境界条件に関しては過去の研究と同様の方法を用いる。数値解法には座標変換を用いた上で差分法を用いる。

2．　2 次元の水、溶質、熱の移動

水の移動、溶質、熱の移動はお互いに密接に関連しているため、その相互に対する影響も取り入れたモデル化を行う必要がある。

2 次元の水移動の方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}_L}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{q}_V(\boldsymbol{q}_L,C,T)}{\partial t}=-\frac{\partial q_{w,x}(\boldsymbol{q}_L,C,T)}{\partial x}-\frac{\partial q_{w,z}(\boldsymbol{q}_L,C,T)}{\partial z}$$

ここで、水分フラックスq_wは溶質の濃度勾配と温度勾配による水の移動も考慮する。

2 次元の溶質移動の方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}_b C}{\partial t}+\frac{\partial C\boldsymbol{q}_L}{\partial t}=-\frac{\partial q_{C,x}(\boldsymbol{q}_L,C,T)}{\partial x}-\frac{\partial q_{C,z}(\boldsymbol{q}_L,C,T)}{\partial z}$$

ここで、溶質フラックスq_Cは体積含水率の勾配、温度勾配、移流による溶質の移動も考慮する。

2 次元の熱移動の方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial H(\boldsymbol{q}_L,T)}{\partial t}=-\frac{\partial q_{H,x}(T)}{\partial x}-\frac{\partial q_{H,z}(T)}{\partial z}$$

*岩手県立大学、**岩手大学、*Iwate Prefectural University, **Iwate University, 水分移動、溶質移動、熱移動

ここで、全熱容量の H は水蒸気の影響を受ける。

3．　水、溶質、熱の基礎方程式の連立した解法

前節で述べた偏微分方程式を差分法を用いて解く。

陰解法を用いて差分化した基礎方程式は連立の非線形方程式になり、これを解くのは容易ではない。本研究では Newton 法を用いてこれを解く。Newton 法を用いるためには線形化を行う必要があるが、その際に未知変数が「次の時間ステップの値」から「次の時間ステップに対する変化量」になっていることに注意する。

これにより 3 つの基礎方程式からそれぞれ差分方程式が得られる。それぞれの差分方程式は等しく「次の時間ステップに対する変化量」を未知数とする連立 1 次方程式である。このことから、3 つの差分方程式を巨大な 1 つの連立一次方程式として扱うことができる。図 1 に、$n \times n$ の格子を使った場合に生成される連立 1 次方程式の例を示す。

水移動の差分方程式

溶質移動の差分方程式

熱移動の差分方程式

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & \Lambda & A_{1,3n^2} \\ & & \\ \mathrm{M} & \mathrm{O} & \mathrm{M} \\ & & \\ A_{3n^2,1} & \Lambda & A_{3n^2,3n^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_{1,1} \\ \mathrm{M} \\ \Delta q_{n,n} \\ \Delta C_{1,1} \\ \mathrm{M} \\ \Delta C_{n,n} \\ \Delta T_{1,1} \\ \mathrm{M} \\ \Delta T_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ \\ \\ \\ \mathrm{M} \\ \\ \\ \\ B_{3n^2} \end{bmatrix}$$

Fig1. simultaneous linear equations

未知数 $\Delta q, \Delta C, \Delta T$ は各差分方程式で共通である。各差分方程式の係数行列と右辺はそれぞれ併せて、この巨大な係数行列 A と右辺 B を構成する。

この連立 1 次方程式を解くことにより連立移動における、次の時間ステップに対する水、溶質、熱の変化量を求めることができる。その値を用いて、さらに係数 A と右辺 B を逐次更新していき収束するまで繰り返す。これにより次の時間ステップにおける値が得られる。

計算コストを考えたとき、この連立 1 次方程式をいかに解くかが重要になる。この問題においては反復解法が有効であると考えられる。反復法自体は繰り返し解を求める必要があるが、この係数行列は Newton 法における 1 時的なものであるため正確に解く必要はない。反復により解の精度が向上していれば十分であると考えられる。連立 1 次方程式の反復解法で最も有効なのは SOR 法であるため、本研究ではこれを用いる。

4．結果

結果に関しては紙面の都合上割愛し、発表の際に示す。

参考資料　[1] Friedel, M.J. : Documentation and Verification of VST2D. Water-Resources Investigations Report 00-4105. U.S.Geological Survey(2001)