

地温時間変化の半階微分を用いた熱拡散率と土壌水分量の推定

Estimation of soil thermal diffusivity and soil water content based on the semi-derivatives of soil temperature variation

清沢秀樹*, 村西紗代子*
Hideki Kiyosawa, Sayoko Muranishi

1. はじめに

先に清沢¹⁾は、地温の時間変化に基づく土壌熱拡散率の算定法を示した。これは係数一定の熱伝導方程式において、温度の半階時間微分と深さ方向の温度勾配とが比例することを利用しており、大気や水中の熱フラックスの算定にも利用できる可能性がある。ただし、実際の土壌や大気中では拡散率が位置的に異なり、さらに初期条件の違いや数値計算上の誤差も、結果に影響を及ぼすことが考えられる。ここでは、これらの問題点を数値解によって検討し、地温解析に有効な計算法を示す。さらに本法の応用として、地温と熱フラックスの同時測定により、土壌水分量の経時的な推定が行えることを示す。

2. 温度半階微分による熱拡散率の算定

整数階の多重積分を非整数階に拡張した上で微分を行うと、非整数階微分が定義される。温度 T の時間 t に関する半階微分 B は

$$B = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-s}} \frac{\partial T}{\partial s} ds \quad \text{----(1)}$$

と表される。線形熱伝導方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{----(2)}$$

の左辺を半階微分が二重に作用したとみなすと、 B は温度勾配 T / z に比例することになる。すなわち、

$$\partial T / \partial z = -B / \sqrt{\kappa} + A \quad \text{----(3)}$$

が成り立ち、熱拡散率 κ が一次の係数から求められる。定数 A は、対象とする期間より長い周期成分による温度勾配の影響を表す。

3. 数値解による検討

(1) 半階微分 B の計算法 Fig.1 のように $0 \sim t$ 間を Δt 間隔で n 等分し、(1)式の積分を

$$\sqrt{\pi} B = \sum_{i=0}^{n-1} \left(\Delta T_i / \sqrt{t_n - (t_i + p\Delta t)} \right) \quad \text{----(4)}$$

で近似する。ここで、 $p(=0 \sim 1)$: t 間の代表点を表すパラメータ。(4)式の適合性を、温度変動が sin 波のときの(2)式の解析解で検討した。Fig.2 と

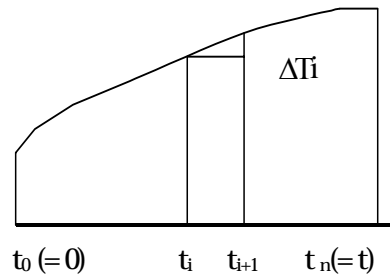


Fig.1 半階微分の数値積分

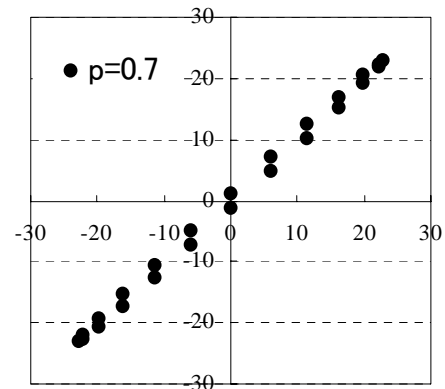


Fig.2 $\partial T / \partial z \sim -B / \sqrt{\kappa}$ の関係
単位(K/m) ($\kappa = 0.0005 \text{m}^2/\text{h}$)

*三重大学生物資源学部 Faculty of Bioresources, Mie University, 地温、熱拡散率、半階微分

Table 1 には、日周期変動につき、 $t=1h$ の場合の計算例を示す。(3)式から得られる p は、 $p=0.7$ のとき真値に近いことがわかった。Fig.3 は、(3)式による $\partial T/\partial z$ の計算値の誤差を示したもので、初期位相によらず、24h 以降の誤差は小さい。実際の解析では、数日間をまとめて計算し、最初の1日分を除外すれば、初期温度分布の影響は避けられる。

(2) 熱定数が深さによって変わる場合

熱伝導率 κ や体積比熱 C が深さによって変化する場合の熱伝導基礎式は、(2)式の右辺に $\zeta \partial T/\partial z$ の項が加わる。ただし、 $\kappa = \lambda/C$, $\zeta = (\partial \lambda/\partial z)/C$ はいずれも z の関数である。いま、 κ, ζ を一定とみなすと、(3)式に対応する次式が得られる。

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\int_0^t g(t-s) \cdot \frac{\partial T}{\partial s} ds + A \quad \text{-----(5)}$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi \kappa t}} \exp\left(-\frac{\zeta^2 t}{4\kappa}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\zeta}{\kappa}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{\zeta}{2\sqrt{\kappa}} \sqrt{t}\right)$$

(5)式の適合性は、 $\kappa = \kappa_0(1+\alpha z)$ で C が一定の場合の定常温度波につき、(5)式両辺の差の二乗和を最小とする定数を求めることで検討した。Table 1 には $\alpha=20(1/m)$ の場合を示した。このときも(4)式と同様の積分近似を行い $p=0.70$ とおけば、ほぼ正しく κ を求められることがわかった。

4. 実測値による検討

(1) 熱拡散率の算定 Fig.4 は、三重大学構内の二点の地温差から求めた温度勾配と地温変動から計算した温度勾配を示す。(5)式中の3個の係数は24時間は一定とし、1時間毎の24個のデータから決定した。Table 2 の κ の変動は、初期の乾燥過程と8月7日の降雨(22mm)を反映している。

(2) 体積比熱と土壌水分量の推定 Fig.5 は、熱流板で測定した熱フラックスと(5)式による $-\kappa(\partial T/\partial z)$ との比例関係を表し、比例定数が体積比熱容量 C に相当している。測定地点の土壌組成を求めておくか、キャリブレーションとして直接水分測定を行えば、 C より体積水分量の経時変化が求められることになる。

引用文献 1) 清澤(2000):平成14年度農業土木学会大会講演要旨集、714~715

Table 1 p 値と κ/κ_0 の推定値 ($\kappa_0=0.0005m^2/h$)

p	$\kappa = \kappa_0$		$\kappa = \kappa_0(1+20z)$	
	eq. 3	eq. 3	eq. 3	eq. 5
0.5	0.800	0.64	0.640	0.640
0.6	0.884	0.714	0.776	0.776
0.7	1.011	0.828	0.973	0.973
0.8	1.278	1.038	1.296	1.296

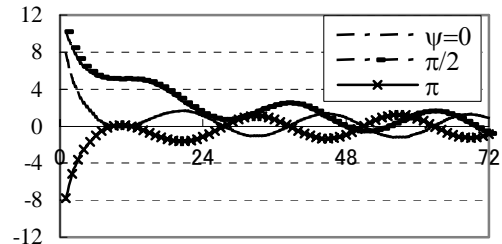


Fig.3 $T=\sin(\omega t+\psi)$ のときの(3)式による温度勾配の誤差 (K/m)

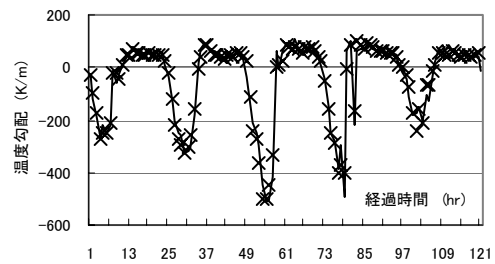


Fig.4 三重大学構内の温度勾配 (03年8月3日6時、0.5cm~2cm)

Table 2 (5)式の係数の変化 (2003年8月 三重大学構内)

	day	3	4	5	6	7
κ	$10^{-4}m^2/h$	6.4	5.5	4.3	4.6	9.5
ζ	$10^{-3}m/h$	2.7	4.1	5.8	3.5	5.7
A	K/m	7.3	18.4	108	7.1	18.4

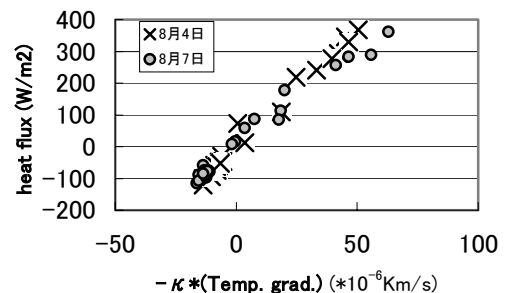


Fig.5 熱flux ~ κ * 温度勾配