

土中の物質移動モデルの精度の高い数値解法 Numerical Method of Transport Model in Soil with high accuracy

菊池貴^{*}, 登尾浩助^{**}, 阿部芳彦^{*}
Takashi Kikuchi^{*}, Kosuke Noborio^{**}, Yoshihiko Abe^{*}

1. はじめに

近年、土壌物理に基づく土中の物質移動のモデル化が行われており、それに基づいたシミュレーション・コードの開発も行われている。しかし、物質移動モデルが非線形であるため計算精度が得られにくく、質量収支が非常に合いにくいという問題がある。

本研究では高い精度での計算ができる定式化を行い、それを用いた計算結果についての検証を行った。定式化の際には2次精度が得られる差分法を用い、質量収支が正確に計算できるように保存式を用いた。

2. 質量収支を考慮した定式化

定式化の手法は同様であるため、ここでは1次元の水移動の定式化について示す。

鉛直方向に深さ z をとると、1次元の水移動の方程式は以下ようになる。

$$\frac{\partial \theta_L}{\partial t} + \frac{\partial q_{wz}(\theta_L)}{\partial z} = 0 \quad \left[q_{wz}(\theta_L) = -k(\theta_L) \left(\frac{\partial \psi(\theta_L)}{\partial z} - 1 \right) \right]$$

これを時間精度、空間精度に関して2次精度で差分化する。その際には微小体積における流入出量を計算しフラックスの収支が各微小体積における増減分になるように定式化を行う。数値解法には陰解法を用いた。

$$\frac{\theta_{Lj}^{n+1} - \theta_{Lj}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta z} \left(q_{wz\ j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - q_{wz\ j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) = 0 \quad \left[q_{wz\ j+\frac{1}{2}} = -k_{j+\frac{1}{2}} \left(\frac{\psi_{j+1} - \psi_j}{\Delta z} - 1 \right) \right] \quad (1)$$

$z = z_j$ の点の周りの微小体積における流入量は、 $q_{wz\ j-\frac{1}{2}}$ 流出量は $q_{wz\ j+\frac{1}{2}}$ である。

3. 計算結果に関する検証と考察

上記の手法を用いて定式化した計算結果についての検証を行う。

まず実際に収支が合うかについて、異なる定式化をした場合と比較し検証を行う。比較は、上述の式と以下の3つの定式化を行った場合の4つの計算結果について行う。

$$\frac{\theta_{Lj}^{n+1} - \theta_{Lj}^n}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta z^2} \left[\frac{1}{4} (d_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - d_{j-1}^{n+\frac{1}{2}}) (\theta_{L\ j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{L\ j-1}^{n+\frac{1}{2}}) + d_j^{n+\frac{1}{2}} (\theta_{L\ j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{L\ j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{L\ j-1}^{n+\frac{1}{2}}) - \frac{\Delta z}{2} (k_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - k_{j-1}^{n+\frac{1}{2}}) \right] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\theta_{Lj}^{n+1} - \theta_{Lj}^n}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta z^2} \left[\frac{1}{4} (k_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - k_{j-1}^{n+\frac{1}{2}}) (\psi_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \psi_{j-1}^{n+\frac{1}{2}} - 2\Delta z) + k_j^{n+\frac{1}{2}} (\psi_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - 2\psi_j^{n+\frac{1}{2}} + \psi_{j-1}^{n+\frac{1}{2}}) \right] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\theta_{Lj}^{n+1} - \theta_{Lj}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta z} \left(q_{wz\ j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - q_{wz\ j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) = 0 \quad \left[q_{wz\ j+\frac{1}{2}} = -d_{j+\frac{1}{2}} \frac{\theta_{L\ j+1} - \theta_{L\ j}}{\Delta z} + k_{j+\frac{1}{2}} \right] \quad (4)$$

これら4つは空間精度、時間精度に関して、等しく2次精度で定式化を行った。また、格子点間の物理量については、透水係数 k を例にすると $k_{j+\frac{1}{2}} = k \left(\frac{\theta_j + \theta_{j+1}}{2} \right)$ という形で近似した。土性に関しては Yolo light clay を用いた。初期条件、境界条件は

*岩手県立大学、**岩手大学、*Iwate Prefectural University, **Iwate University, 水分移動

$$t < 0 \quad z \geq 0 \quad \theta_{Ln} = 0.2376$$

$$t \geq 0 \quad z = 0 \quad \theta_{L0} = 0.4950$$

とし、 $\Delta t = 1s$ 、ステップ数 10000 回の 10000 s 後までの収支誤差の推移について図 1 に示す。

図 1 から式(1)と式(4)が式(2)と式(3)に比べて誤差が小さいことがわかる。これは、保存式を用いているため、各微小体積における流入出量を正確に計算できているためだと考えられる。さらに、式(4)は収支誤差が 0.1~10%と時間とともに増加しているのに対して、式(1)は 0.1~0.01%と時間とともに減衰する傾向が確認できた。これらから、式(1)は短時間のシミュレーションにおいても精度が高く、なおかつ長時間のシミュレートを行うとより誤差が小さくなっている。そのため、他の定式化に比べて格段に良い精度が得られていることが確認できた。

次に関連研究との比較から計算結果を検証する。ここでは、Haverkamp の数値解と Philip の解[1]と比較する。Haverkamp 等は、Yolo light clay と Sand の 2 つについて計算しているため、これらの 2 つと比較する。Sand における初期条件と境界条件は

$$t < 0 \quad z \geq 0 \quad \theta_n = 0.10$$

$$t \geq 0 \quad z = 0 \quad \theta_0 = 0.267$$

とし、Yolo light clay については前述のものを用いる。

図 2 を見るとそれぞれの計算結果がほぼ一致していることが確認できた。しか

し、Yolo light clay の $3 \times 10^6 s$ 後の結果は若干のずれが見られた。

Yolo light clay において計算結果にずれが生じた原因としては格子点間の物理量、この場合では透水係数の近似の仕方が考えられる。今回は Sand と同様の手法を用いたが、今後は土の性質に応じて近似の仕方を検討していく必要があると考えられる。

参考資料 [1] R.Haverkamp :Acomparison of Numerical Simulation Models For One-Dimensional Infiltration. Soil Sci. Soc. Am. J., Vol.41, 1977:285-294

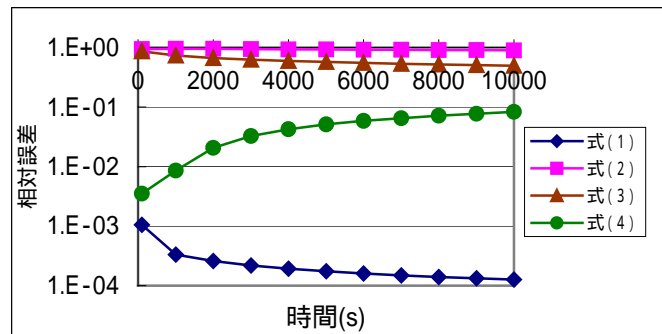


図 1 定式化による質量収支誤差

Fig.1 Error of mass balance by each formulation

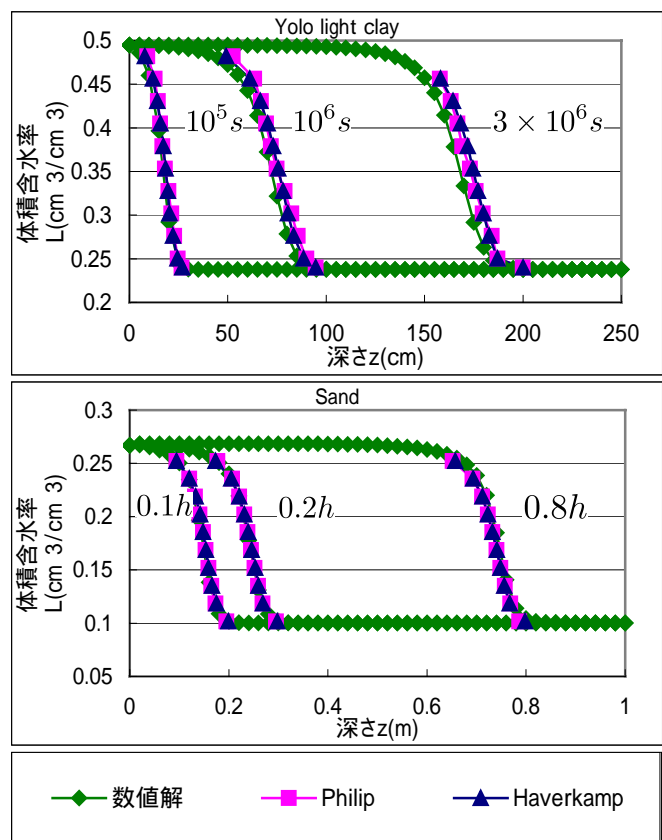


図 2 1次元の水移動の計算結果

Fig.2 Result of calculation of one-dimensional infiltration