

ファジィ最適化モデルを用いた点源・面源に対する全窒素許容排出負荷量の最適配分
Optimal Allocation of Allowable Discharged Total Nitrogen to Point and Nonpoint
Sources Using Fuzzy Optimization Model

○ 前田 滋哉・河地 利彦

○ Shigeya Maeda and Toshihiko Kawachi

1. はじめに 水域の水質を効果的に保全するためには、流域内の各汚濁負荷発生源、とりわけ面源において排出負荷量を管理することが重要とされている。著者らはこれまで、対象流域を統一規格のグリッドセルに分割し、それぞれを土地管理単位 (LMU) として、そこからの許容排出負荷量を導く多目的線形計画モデル¹⁾を開発してきた。しかし、変数の上・下限値のうちの一つかを決める際に客観的な指針がないため、それらをどのように与えるかという問題があった。そこでここでは、この種の「あいまい」な制約条件をファジィ制約条件として取り扱う。また、以前¹⁾は多目的最適化問題の求解手法として主目的関数値以外をすべてあらかじめ与える ϵ 制約法を用いてきたが、ここではすべての目的関数をファジィ制約条件に変換し、最適化モデルを拡張する。

2. 流域における全窒素輸送のモデル化 各 LMU から排出される全窒素量は土壤中を流下していく際に自浄作用を受けて減少し、この過程は流下距離の指数関数で表されると仮定する。2) また、各 LMU からの流出を直接流出と基底流出に分けて数式化する。これにより、流速による窒素の脱窒、吸収、固定の量の大小を表現する。2) 流下過程は、河川へ到達するまでの第一段階と河川を流域末端部まで流下する第二段階からなるとし、それぞれについて流域内で一定の自浄係数を導入する。一方、点源負荷は直接河川へ流出すると仮定する。

3. ファジィ最適化モデル 各 LMU や点源での排出負荷量に関する特定の制約を満たす解の集合をそれぞれファジィ集合とし、対応する線形メンバシップ関数が意思決定者の選好に基づき定義されるものとする。また、3 個の目的を満たす解の集合もそれぞれファジィ集合とし、線形メンバシップ関数を与える。ファジィ決定として最小オペレータ³⁾を採用すると、ファジィ最適化モデルは次のように定式化できる。

subject to:

1. 流域内で発生する制御可能な排出負荷の総量に対する規制

$$\sum_j \sum_{i=1}^{I_j} \left\{ e^{-(\lambda^d x_{ji} + \frac{\lambda^w}{Q} x_{ji}^w)} L_{ji}^d + e^{-(\lambda^b x_{ji} + \frac{\lambda^w}{Q} x_{ji}^w)} L_{ji}^b \right\} + \sum_{k=1}^{K_{PS}} e^{-\frac{\lambda^w}{Q} x_k^w} Q_{PS_k} C_{PS_k} \leq \bar{L} \quad (2)$$

2. LMU における直接流出による排出窒素輸送量と基底流出によるそれとの関係

$$L_{ji}^b = \begin{cases} r_l L_{ji}^d & ; \text{壤質土壌} \\ r_s L_{ji}^d & ; \text{砂質土壌} \end{cases} \quad (3)$$

3. 水田からの排出負荷量と収量から見た最適排出負荷量との関係

$$L_{pi}^d + L_{pi}^b - L_{pi}^{opt} = u_{pi}^+ - u_{pi}^-, \quad i = 1, \dots, I_p \quad (4)$$

4. 水田からの排出負荷量の、収量から見た最適排出負荷量からの偏差に対するファジィ制約

$$u_{pi}^+ \leq \overline{u_{pi}^+} + (1 - \lambda) d\overline{u_{pi}^+}, \quad i = 1, \dots, I_p \quad (5)$$

$$u_{pi}^- \leq \overline{u_{pi}^-} + (1 - \lambda) d\overline{u_{pi}^-}, \quad i = 1, \dots, I_p \quad (6)$$

5. 畑地・市街地排出負荷量、点源排水濃度のファジィ下限制約

$$\underline{L_{ui}} - (1 - \lambda) d\underline{L_{ui}} \leq L_{ui}^d + L_{ui}^b, \quad i = 1, \dots, I_u \quad (7)$$

$$\underline{L_{ci}} - (1 - \lambda) d\underline{L_{ci}} \leq L_{ci}^d + L_{ci}^b, \quad i = 1, \dots, I_c \quad (8)$$

$C_{PS_k} - (1 - \lambda) dC_{PS_k} \leq C_{PS_k}, \quad k = 1, \dots, K_{PS} \quad (9)$

6. 畑地・市街地排出負荷量、点源排水濃度の上限制約

$$L_{ui}^d + L_{ui}^b \leq \overline{L_{ui}}, \quad i = 1, \dots, I_u \quad (10)$$

$$L_{ci}^d + L_{ci}^b \leq \overline{L_{ci}}, \quad i = 1, \dots, I_c \quad (11)$$

$$C_{PS_k} \leq \overline{C_{PS_k}}, \quad k = 1, \dots, K_{PS} \quad (12)$$

7. 目的関数に対するファジィ上限制約

$$z_l(x) \leq z_l^m - \lambda(z_l^m - z_l^o), \quad l = 1, 2, 3 \quad (13)$$

$$\text{Maximize } \lambda \quad (1)$$

8. 最小メンバシップ値に対する上下限制約

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (14)$$

ここで,

$$z_1(x) = - \sum_j \sum_{i=1}^{I_j} (L_{j_i}^d + L_{j_i}^b) \quad (15)$$

$$z_2(x) = - \sum_{k=1}^{K_{PS}} Q_{PS_k} C_{PS_k} \quad (16)$$

$$z_3(x) = \sum_{i=1}^{I_p} (u_{p_i}^+ + u_{p_i}^-) \quad (17)$$

$j = p, u$ または c であり, それぞれ水田, 畑地, 市街地を表す, $i = \text{LMU タイプ } j \text{ での LMU 番号 } (i = 1, 2, \dots, I_j), I_j = \text{LMU タイプ } j \text{ の LMU の総数}, k = \text{点源番号}, K_{PS} = \text{点源の総数}, L_{j_i}^d = \text{LMU } j_i \text{ からの直接流出により排出された全窒素負荷量 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1} \cdot \text{grid}^{-1}), L_{j_i}^b = \text{LMU } j_i \text{ からの基底流出により排出された全窒素負荷量 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1} \cdot \text{grid}^{-1}), C_{PS_k} = \text{点源 } k \text{ からの排水濃度 } (\text{g} \cdot \text{m}^{-3}), x_{j_i} = \text{LMU } j_i \text{ から河川までの流下距離 } (\text{m}), x_{j_i}^w = \text{LMU } j_i \text{ からの負荷が河川へ流出した地点から流域末端部までの流下距離 } (\text{m}), x_k^w = \text{点源 } k \text{ からの負荷が河川へ流出した地点から流域末端部までの流下距離 } (\text{m}), Q = \text{河川流量 } (\text{m}^3 \text{day}^{-1}), Q_{PS_k} = \text{点源 } k \text{ の排水流量 } (\text{m}^3 \text{day}^{-1}), \lambda^d, \lambda^b = \text{直接流出, 基底流出による流域自浄係数 } (\text{m}^{-1}), \lambda^w = \text{河川流の自浄係数 } (\text{m}^2 \text{day}^{-1}), \bar{L} = \text{流域内で生ずる制御可能排出負荷の総量の上限值 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1}), r_l, r_s = \text{LMU での土壌がそれぞれ壤質, 砂質のときの, 基底流出による全窒素輸送量の直接流出によるそれに対する比}, L_{p_i}^{opt} = \text{米の最大収量に対応する水田 LMU からの排出負荷量 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1}), u_{p_i}^+, u_{p_i}^- = \text{許容排出負荷量と最大収量に対応する排出負荷量との, 正と負の偏差 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1}), \underline{L}_{u_i}, \underline{L}_{c_i}, \underline{C}_{PS_k} = \text{各対応変数の下限値 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1} \text{ 又は } \text{g} \cdot \text{m}^{-3}), \overline{u}_{p_i}^+, \overline{u}_{p_i}^-, \overline{L}_{u_i}, \overline{L}_{c_i}, \overline{C}_{PS_k} = \text{各対応変数の上限値 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1} \text{ 又は } \text{g} \cdot \text{m}^{-3}), du_{p_i}^+, du_{p_i}^-, d\underline{L}_{u_i}, d\underline{L}_{c_i}, d\underline{C}_{PS_k} = \text{各対応変数の上・下限制約条件の許容逸脱量 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1} \text{ 又は } \text{g} \cdot \text{m}^{-3}), z_l^o, z_l^m = \text{目的関数 } l \text{ の値の最小値と最大値 } (\text{g} \cdot \text{day}^{-1}), x = (L_{j_i}^d, L_{j_i}^b, C_{PS_k}, u_{p_i}^+, u_{p_i}^-) = \text{変数ベクトル, そして } \lambda = \text{最小メンバシップ値である.}$

4. 適用例 滋賀県野洲川流域内の小流域 (9.2 km², 図1) にファジィ最適化モデルを適用した。まずファジィ制約における許容逸脱量 ($du_{p_i}^+$ 等) をすべて0とし, $z_1 + \lambda(z_1^m - z_1^o) \leq z_1^m, z_2 = z_2^m, z_3 = z_3^m$ として求解し, これまでのモデル¹⁾の解と同一の解が得られることを確認した。次に,

許容逸脱量に0より大きな値を仮定し, z_l^o, z_l^m を Zimmermann による方法³⁾で算出して与えた結果, 点源・面源に対する許容全窒素排出負荷量の分布を得た (図2)。計算条件の詳細は会場にて示す。

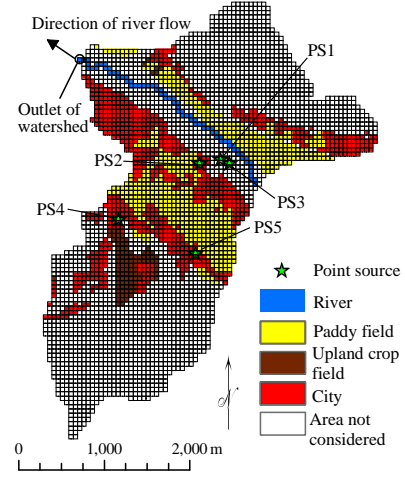


図1 対象流域の土地利用

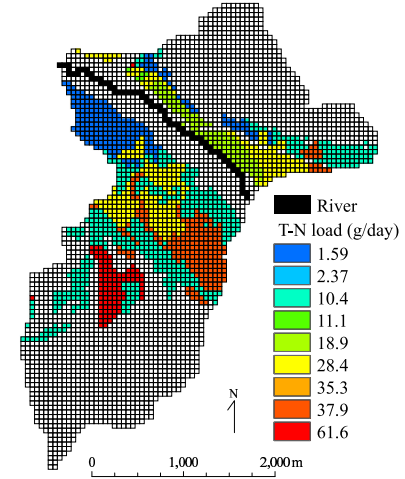


図2 面源からの許容全窒素排出負荷量 ($L_{j_i}^d + L_{j_i}^b$)

5. おわりに ファジィ理論を用いて, これまでに開発してきた許容排出負荷量の最適配分モデルを拡張した。これにより, より現実に即した形で制約条件や目的関数の上・下限値を設定できるようになった。

引用文献 1)Maeda, S., Kawachi, T. and Zhang, Q.(2006): Grid-based optimization model for allocating nonpoint nitrogen in watershed, 242, *Trans. of JSIDRE*. (in press) 2)Skop, E. and Sørensen, P.B. (1998): GIS-based modelling of solute fluxes at the catchment scale: a case study of the agricultural contribution to the riverine nitrogen loading in the Vejle Fjord catchment, Denmark, *Ecological Modelling*, 106, pp.291-310. 3)Sakawa, M.(1984): *Optimization of Linear Systems*, Morikita, pp.187-191. (in Japanese)