

Chang-Moll 法による開水路 1 次元非定常流解析に関する研究 — 非一様断面開水路への拡張 —

Study of Computing One-Dimensional Unsteady Open Channel Flow Applying Explicit Chang-Moll Scheme -Expansion into General Cross Section-

○木村 匡臣 島田 正志
○KIMURA Masaomi, SHIMADA Masashi

1. はじめに

近年、良好な景観空間の創出をめざし、親水性を意識した多自然型の河川・水路に対する新しい事業が進んでおり、断面積が一様でない用排水路や自然河川において、さまざまな水理現象を正確に把握し、送排水の効率を検討する必要性が高まってきている。本研究では跳水などの不連続も扱うことが可能な数値解析手法である Chang-Moll 法¹⁾²⁾に断面積の非一様性を組み込むことにより、非一様断面開水路 1 次元非定常流解析のモデルを構築することを目的とし、静止状態と流れのある状態の両方において手法の検証をおこなった。

2. 基礎方程式

本研究で用いる基礎方程式は次のようなものである。 $\partial \mathbf{U} / \partial t + \partial \mathbf{G} / \partial x = \mathbf{S}$ … Eq.(1)
ここで、 $\mathbf{U} = (A, Q)^T$: 保存変数、 $\mathbf{G} = (Q, Q^2/A + P_1)^T$: 物理流束、 $\mathbf{S} = (0, P_2 + gA(S_0 - S_f))^T$: 湧き出し項、 A : 断面積、 Q : 流量、 P_1 : 断面に働く静水圧、 P_2 : 側面に働く静水圧の流下方向分力、 g : 重力加速度、 S_0 : 水路勾配、 S_f : 摩擦勾配である。

3. Chang-Moll 法の原理

上述の方程式を Chang-Moll 法を用いて差分化する。このスキームは、半ステップずつの時空間格子内の領域において、物理量の分布を 1 次のテイラー展開により近似し、保存形の方程式の積分をおこない、これを 2 段階おこなうことにより、未知の格子点の \mathbf{U} を求めるものである (Fig. 1)。図において、点線矢印は、解の求まる方向を示している。

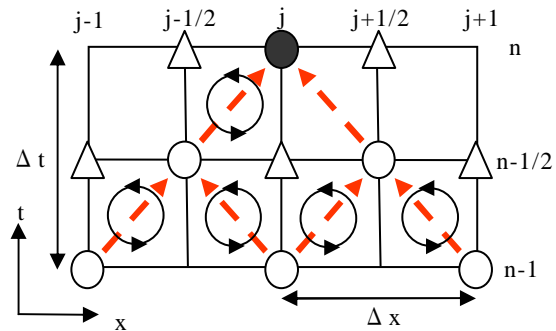


Fig. 1 System of Chang-Moll scheme

4. 幾何学的な非一様性と空間 2 階微分項の組み込み

非一様断面開水路の基礎方程式では、右のような P_2 という新たな項が登場する。また、空間的な非一様性を持つために \mathbf{G} や \mathbf{S} が、 \mathbf{U} と x (流下方向距離) の関数となる。そのため、空間的な非一様性を表す項 (実際には P_2 とその空間偏微分、水深・断面積の空間偏微分) を考慮して差分式に組み込んだ。また、静止状態のつりあいを満たすために、物理量の分布の一部を 2 次のテイラー展開まで議論し、空間の 2 階微分項を差分式に組み込むことを提案した。

$$P_2 = g \cos \theta \int_0^{h(x,A)} (h - \zeta) \frac{\partial B(x, \zeta)}{\partial x} d\zeta \dots \text{Eq.(2)}$$

θ : 水路床と水平面とのなす角

ζ : 水路床からの高さ B : 横断方向水路幅

5. 解析対象

解析の対象とした水路は矩形断面開水路で、全長：14m、上流端水路幅：0.44m、下流端水路幅：0.30m、水路床勾配：1/100、マンニングの粗度係数：0.01 となっている (Fig. 2)。

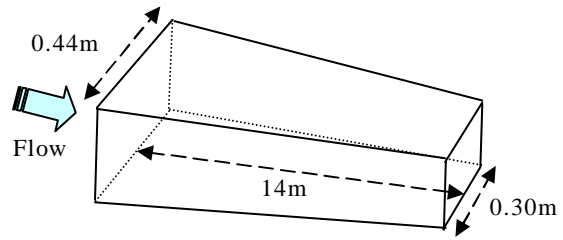


Fig. 2 Channel for analysis

境界条件として、静止状態では、上流端・下流端において流量がゼロで一定とし、流れのある状態では、上流端で流量が $0.03\text{m}^3/\text{s}$ 、下流端で水深が 0.2m で一定とした。時間格子幅は 0.005s 、空間格子幅は 0.1m とし、流れがほぼ定常となるまで計算をおこなった。

6. 解析結果とまとめ

・静止状態の解析結果を次に示す (Fig. 3 Fig. 4)。左のグラフは2階微分項を組み込んでいない手法、右のグラフは組み込んだ手法で、どちらも 4000 ステップ計算後 (20 秒後) の流量を表している (縦軸：流量、横軸：距離)。これより、2階微分項を組み込んだ手法は、非一様断面開水路の静止状態を正確に計算可能であることがわかった。

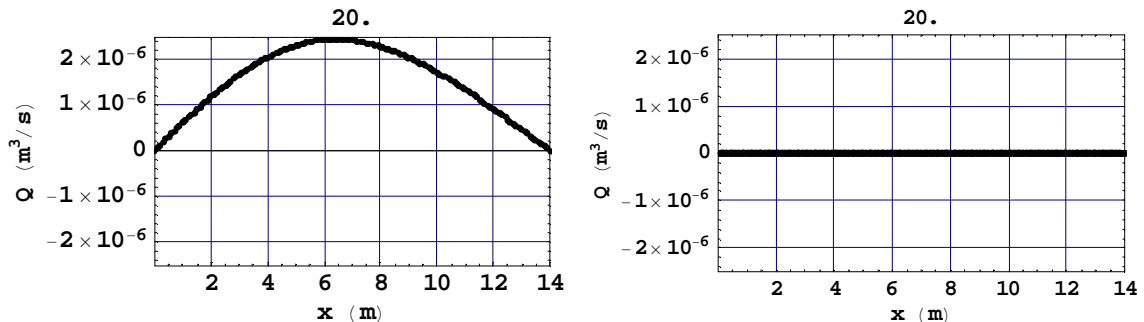
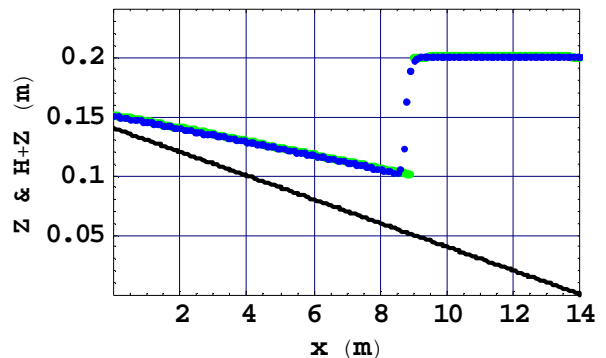


Fig. 3 Fig. 4 Discharge after 20 sec.

・2階微分項を組み込んだ手法による、流れのある状態の解析結果 (定常状態 (360 秒後) における水面形) は Fig. 5 のようになった (縦軸：水路床高・水位、横軸：距離)。比較に用いた逐次水面追跡法は、水面形方程式を Runge-Kutta 法で積分することにより、定常状態での水面形を得る手法である (境界条件として、下流端水深は 0.2m 、上流端水深は本解析における定常状態での上流端水深を与えた)。この結果より、定常水面の比較において本手法の有効性が示された。また、2階微分項を組み込んでいない手法を用いた場合にも、ほとんど変わらない結果が得られた。そのため、流れが存在する場合 (淀みのような、静止に近い流れを除く) には、空間の2階微分項の影響は非常に小さいと考えられる。



黒実線：水路床

青点線：本解析における定常状態の水面形

緑実線：逐次水面形追跡法による水面形

Fig. 5 Water level comparison

参考文献 1) T.Moll, F.Moll : "Space-Time Conservation Method Applied to Saint Venant Equations." Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 124, 501-508, 1998.

2) Shimada.M, Togawa.K, Inagaki.H : "Explicit Chang & Moll Scheme of Computing Unsteady Flows in Open Channels." BHR Group Conference Series Publication, 39, 451-470, 2000.