

透水係数分布同定時の観測更新感度向上のための地球統計補完地下水モデル利用法 Proper Use of Geostatistics-complemented Groundwater Model to Improve Observation-updating Sensitivity in Identifying Distributed Permeabilities

○ 浜口 俊雄*・小尻 利治*・中北 英一*
Toshio HAMAGUCHI, Toshiharu KOJIRI and Eiichi NAKAKITA

1. はじめに

地下水解析では、水位観測データを基に透水係数などの物性値の空間分布を最適に設定した地下水モデルを得たのち考察に入る。しかし解析の再現性は、限りある観測データの量と質に相応のモデル設定であるか否かも効いている。いま同定対象を一様な有効間隙率かつ不均一な透水係数の帯水層に絞っても一般性は失われない。所与の水位観測条件(数量, 質, 配置など)に対して求める透水係数の区域数が多い場合, 同定解は不定になる。これに対し, 筆者らは水位や透水係数分布の先験/事前情報を同定時に活用する解決策^{1), 2)}ならびに同分布を地球統計モデル化する解決策を提示した^{3), 4)}。その他, 観測点の増設という物理的解決策が挙がるが, 本稿ではその物理的解決の代替策として, 地球統計補完地下水モデル⁵⁾を利用して観測数を擬似的に増加させる策を提案する。

2. 統計補完地下水モデルによる水位観測データ生成

本稿では平面不圧地下水モデルを考え, 基礎方程式には線形化した式(1)を, さらにその有限要素方程式(2)~(5)を用いる。これを境界水位で縮約した後, 次時刻水位に関して解くと式(6)の様になる。

第一段階では, 数箇所の観測点から得られる水位観測データを基にして不均一な透水係数分布の同定を行う。逆解析が明らかに非適切な条件下で遂行されるため, 同定結果は求まる分布の一部に大きな誤差を含む可能性が高い。同分布を用いて再現計算した水位 $h(\mathbf{z}, t)$ にも大きなモデル誤差が生じ得る。第二段階では, その誤差を埋めるべく, 式(7)~(9)で示す地球統計補完法を用いる。すなわち, 真の水位 $\phi(\mathbf{z})$ をトレンド成分とランダム成分に分割し, 空間不確定量 $\eta(\mathbf{z})$ を地球統計学の Ordinary kriging で評価した後, トレンド成分の計算水位 $h(\mathbf{z}, t)$ にランダム成分の $\eta(\mathbf{z})$ を加えて補完水位 $\phi^*(\mathbf{z}, t)$ を求める手法である。なお共分散関数には式(10)の球型関数を採用した。第三段階では, 既存の観測点も含めて全節点上の $\phi^*(\mathbf{z}, t)$ を観測値と見なし, 全計算点において観測水位が存在する状況を擬似的に形成して, 観測データの総数を増やして観測更新感度を向上させた条件下で再び透水係数分布を同定する。同定時の未知数が求めるべき透水係数の区域数に等しいことから「未知数>観測数」という同定時の非適切条件が回避できる。またその水位観測データの推定精度も高いことから, 同分布の同定解が一意に高精度で得られると期待できる。

3. 数値実験

ここで提案した擬似観測データの生成による逆解析結果への影響について検討すべく, Fig.1

$$\lambda \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k d_0 \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k d_0 \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \varepsilon \quad (1)$$

(λ : 有効間隙率, h : 水位, k : 透水係数, d_0 : 平均水深, ε : 涵養量)

$$\mathbf{A} \mathbf{h}_{t+1} = \mathbf{B} \mathbf{h}_t + \boldsymbol{\omega}_{t+\theta} \quad (2)$$

(注: 両辺は境界水位で縮約済)

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} + \theta \mathbf{S}, \quad \mathbf{B} = \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} - (1 - \theta) \mathbf{S}, \quad (3)$$

$$\mathbf{M} = \int_V \lambda \phi^T \phi dV, \quad \mathbf{S} = \int_V k d_0 \frac{\partial \phi^T}{\partial z_i} \frac{\partial \phi}{\partial z_i} dV, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{t+\theta} = - \int_{S_q} \hat{q} \phi^T dS + \int_V \varepsilon \phi^T dV \quad (5)$$

$$\mathbf{h}_{t+1} = \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{B} \mathbf{h}_t + \boldsymbol{\omega}_{t+\theta}) \quad (6)$$

$$\phi(\mathbf{z}, t) = m(\mathbf{z}, t) + w(\mathbf{z}, t) \quad (7)$$

(ここに, \mathbf{z} : 空間座標, t : 時間)

$$\eta(\mathbf{z}) = \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{c}(\mathbf{z})^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{w}} \quad (8)$$

$$\left(\hat{\mathbf{b}} = \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\phi}}{\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\alpha}}, \quad \hat{\mathbf{w}} = \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\alpha} \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\phi}}{\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\alpha}} \right)$$

$$\phi^*(\mathbf{z}, t) = h(\mathbf{z}, t) + \hat{\mathbf{b}} + \mathbf{c}(\mathbf{z})^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{w}} \quad (9)$$

$$\left(m(\mathbf{z}, t) = h(\mathbf{z}, t) + \hat{\mathbf{b}}, \quad w(\mathbf{z}) = \mathbf{c}(\mathbf{z})^T \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{w}} \right)$$

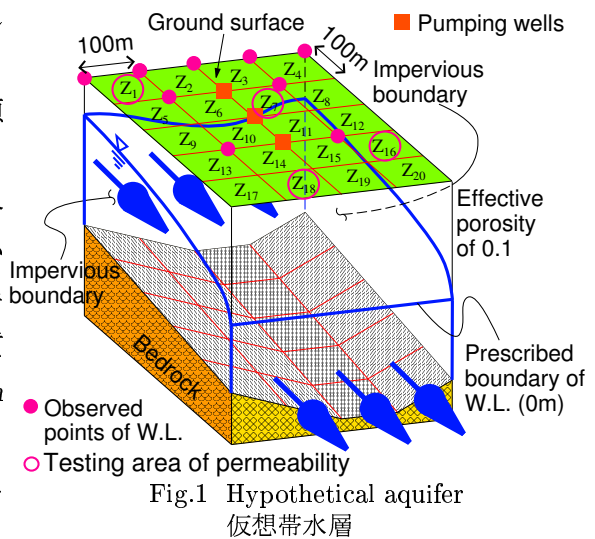
ここに, $\boldsymbol{\alpha}$: 成分1が観測数並ぶ定数ベクトル, $\boldsymbol{\phi}$: 観測値ベクトル, $\mathbf{c}(\mathbf{z})$: 求める推定点と各観測点間の共分散ベクトル, \mathbf{C} : 各観測点間の $w(\mathbf{z})$ の共分散行列。

$$C(d) = \begin{cases} \sigma^2 \left\{ 1 - 1.5 \left(\frac{d}{a} \right) + 0.5 \left(\frac{d}{a} \right)^3 \right\} & (0 \leq d \leq a) \\ 0 & (d > a) \end{cases} \quad (10)$$

*京都大学防災研究所 (Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University)

キーワード: 透水係数, 地球統計学, 同定

のような不圧地下水の流れる仮想帯水層を対象として数値実験を行った。この帯水層の不透水基盤面は、流れ断面が谷状になっており、流下方向には一定傾斜している。図中の○印は元の水位観測点(9点), □印は揚水位置(3点)で、最下流端部は0mの水位境界である。また図の上流端(地下水集水域)と地表面からの地下水涵養があると設定した。本稿の逆解析手法には、事前情報を利用し、かつ、観測データの質を逐次検討して同定結果に反映できる拡張 Kalman フィルタ有限要素法^{1),2)}を採用した。



本実験に用いる真の透水係数分布はFig.2の様に設定した。まず、順解析で得られる模擬観測データのうち観測点とした9箇所の水水位観測データを用いて、各区域毎(未知数20個)に同定を行ったところ、Fig.3に記す結果となった。観測点に近い区域と比較的離れた区域とでは解の精度に差が出ており、未知数に対して観測数が少ない条件の影響と局所的な観測更新感度の鈍さが出ていることが見て取れる。続いて、本提案によって全計算点を観測位置とすべく、統計補完地下水モデルを基に水位の疑似観測データを生成し、それらから各区域毎の透水係数同定を行った。その同定結果をFig.4に示す。これは真の分布と比較しても比較的精度の良い結果となっている。ただし揚水周辺では他と比べて推定精度が多少劣るが、これは第二段階で統計補完された水位分布が揚水付近の局所変動を表現しきれず、観測更新にも影響して大きめの同定値となったことを示す。逆に比較的鈍かった観測更新感度の区域も他と同じ感度になっていることが示せている。総じて検討すると、Fig.3よりも推定精度・観測更新感度が向上したと言える。

Exact	215.3322 (Z ₄)	255.5558 (Z ₈)	321.1791 (Z ₁₂)	400.0000 (Z ₁₆)	383.3276 (Z ₂₀)
	173.9983 (Z ₃)	200.0000 (Z ₇)	272.5400 (Z ₁₁)	329.4123 (Z ₁₅)	346.6049 (Z ₁₉)
	136.6654 (Z ₂)	171.4817 (Z ₆)	226.1393 (Z ₁₀)	273.9904 (Z ₁₄)	300.0000 (Z ₁₈)
	100.0000 (Z ₁)	146.4934 (Z ₅)	194.3980 (Z ₉)	235.9593 (Z ₁₃)	265.2360 (Z ₁₇)

Unit: m/day

Fig.2 Exact distribution of permeabilities
真の透水係数空間分布

Piecewisely	219.3408 (Z ₄)	263.1140 (Z ₈)	289.9044 (Z ₁₂)	382.6352 (Z ₁₆)	380.4207 (Z ₂₀)
	168.8113 (Z ₃)	224.7142 (Z ₇)	254.9413 (Z ₁₁)	348.1349 (Z ₁₅)	352.3683 (Z ₁₉)
	135.8332 (Z ₂)	185.8441 (Z ₆)	215.4022 (Z ₁₀)	273.9089 (Z ₁₄)	295.5448 (Z ₁₈)
	101.7502 (Z ₁)	144.2885 (Z ₅)	180.1621 (Z ₉)	237.3977 (Z ₁₃)	260.8399 (Z ₁₇)

Unit: m/day

Fig.3 Identification result using prior information
事前情報を用いた同定結果

Using generated data	219.3378 (Z ₄)	263.3715 (Z ₈)	290.3026 (Z ₁₂)	383.2521 (Z ₁₆)	381.1754 (Z ₂₀)
	168.8896 (Z ₃)	224.4939 (Z ₇)	254.5708 (Z ₁₁)	347.1259 (Z ₁₅)	351.0596 (Z ₁₉)
	135.8147 (Z ₂)	185.9866 (Z ₆)	215.6820 (Z ₁₀)	274.6058 (Z ₁₄)	296.4615 (Z ₁₈)
	101.7642 (Z ₁)	144.2815 (Z ₅)	180.1305 (Z ₉)	237.2620 (Z ₁₃)	260.6362 (Z ₁₇)

Unit: m/day

Fig.4 Identification result using proposed data
疑似生成観測データを用いた同定結果

4. 結論

本稿では地球統計補完地下水モデル利用法の一環として、モデル誤差を改善した水位を生成し、それを疑似観測データとして用いる同定手法を提案し、その同定精度についても数値解析で検討したところ、秀逸な手法であるとわかった。

参考文献

- 1) 例えば、長谷川高士, 村上 章, 浜口俊雄: 拡張 Kalman フィルタによる地下水モデルのパラメータ同定と地下水位変動量評価による揚水量決定, 土木学会論文集, No.505/III-29, 1994. 2) 浜口俊雄, 村上 章, 長谷川高士: 平面解析で移動境界を考慮した地下水モデルと逆解析への応用, 土木学会論文集, No.568/III-39, pp.133-145, 1997. 3) 浜口俊雄: 透水係数を変量とした地下水位変分量の厳密解と透水係数の不均一分布構造の同定, 水工学論文集第48巻, 土木学会水工学委員会, pp.361-366, 2004. 4) 浜口俊雄: 分布モデル化による透水係数同定問題の非適切性克服と解の観測更新感度向上, 水工学論文集第49巻, 土木学会水工学委員会, pp.109-114, 2005. 5) 浜口俊雄: 地下水流動に対するモデル誤差の地球統計学的改善策と最適モデルの選択法, 水工学論文集第47巻, 土木学会水理委員会, pp.295-300, 2003.