

# ため池堤体強度の統計モデル Spatial statistical model of earth fill strength

○松浦健 西村伸一

MATSUURA Ken and NISIMURA Shin-ichi

## 1. はじめに

本研究は、ため池の信頼性設計を行うための第一段階として、ため池堤体の土質定数の空間的分布の評価を行った。一般に、サンプリングによる土質試験は実施密度が低いため、空間モデルの決定のためにはサウディング試験を行うのが便利である。今回は、堤体の空間的な強度特性を同定するためにスウェーデン式貫入試験により N 値を求め、統計モデルを決定した。第一に、統計モデルは AIC を最小化することによって決定することを試みた。第二に、空間的な相関特性の決定のために、バリオグラムを用い相関距離を決定した。

## 2. スウェーデン式貫入試験

測定値の N 値への換算には次の経験式が良く用いられる。<sup>1)</sup>  $N = 0.002W_{sw} + 0.067N_{sw}$  (1)

ここで、 $N_{sw}$  はスウェーデン式貫入試験における貫入量 1m 当たりの半回転数 (回/m)、 $W_{sw}$  は荷重 (kN) である。本研究では、改修予定のあるため池 (A 池、B 池) で試験を行った。ため池の堤体は均質型の材料からなる。貫入試験は堤軸に沿って、A 池は 5m 置きに 14 箇所、B 池は 5m 置きに 4 箇所行った。

## 3. 統計モデルの定式化

ここでは地盤の空間的な相関性を考慮した最尤法と情報量基準 (AIC) 最小化を基本として、空間分布統計モデルを決定し、N 値の平均値関数、標準偏差関数、自己相関関数を求める。貫入試験による結果を  $\Psi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M)$  とする。ここで M はデータの個数を表し、 $\Psi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M)$  が M 次元の正規分布を形成するとすれば、確率密度関数は次式で定義される。

$$f_{\Psi}(\psi) = (2\pi)^{-M/2} |C|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\psi-u)^T C^{-1}(\psi-u)\right\} \quad (2) \quad \text{ここで、} \mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_M) \text{ は、平均値を表すベクトルで、} \mathbf{u} \text{ は式 (3) のいずれかの形をとるものとする。}$$

$X, Z$  は水平方向、鉛直方向の座標値で、 $(a_0, a_1, a_3, a_4, a_5)$  は回帰係数である。今回は、堤軸直交方向の変化を考慮していない。 $C$  は、共分散関数を表し、式 (4) のいずれかにあてはまる。 $\sigma$  は標準偏差、 $l_x, l_z$  は水平、鉛直方向の相関距離である。式 (2) に  $\psi = \Psi$  を代入すると対数尤度関数は式 (5) で得られる。 $X, Z$  は水平方向、鉛直方向の座標値で、 $(a_0, a_1, a_3, a_4, a_5)$  は回帰係数である。 $\sigma$  は標準偏差、 $l_x, l_z$  は水平、鉛直方向の相関距離である。

$$\mathbf{u} = a_0 \quad (3-1)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X \quad (3-2)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 Z \quad (3-3)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z \quad (3-4)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z + a_3 X^2 \quad (3-5)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z + a_3 X^3 \quad (3-6)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z + a_3 XZ \quad (3-7)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z + a_3 X^2 + a_4 XZ \quad (3-8)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z + a_3 Z^2 + a_4 XZ \quad (3-9)$$

$$\mathbf{u} = a_0 + a_1 X + a_2 Z + a_3 Z^2 + a_4 Z^2 + a_5 XZ \quad (3-10)$$

$$C = [C_{jk}] = \left[ \sigma^2 \exp\left(-|x_j - x_k|/l_x - |z_j - z_k|/l_z\right) \right] \quad (4-1)$$

$$C = [C_{jk}] = \left[ \sigma^2 \exp\left\{-\sqrt{(x_j - x_k)^2/l_x^2 + (z_j - z_k)^2/l_z^2}\right\} \right] \quad (4-2)$$

$j, k = 1, 2, \dots, M$

$$\ln f_{\Psi}(\Psi) = -\frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |C| - \frac{1}{2} (\Psi - u)^T C^{-1} (\Psi - u) \quad (5)$$

$AIC = -\max\{\ln f_{\psi}(\Psi)\} + 2n$  (6) ここで、 $n$  はパラメータの個数を表す。AIC を最小化することによって  $(a_0, a_1, a_3, a_4, a_5, l_x, l_z, \sigma)$  が決定される。

#### 4. 解析結果 (AIC)

AIC を最小化することでパラメータが求まった。解析の結果、A 池では式 (3-3), 式 (4-1) が選ばれた。平均値関数  $u=2.124-0.102 \times Z$ , 標準偏差  $\sigma=0.824$ , 相関距離はそれぞれ  $l_x=10.0m$ ,  $l_z=0.0m$  となり鉛直方向には相関性が見られなかった。B 池では  $l_x, l_z$  ともに相関距離が求まらなかった。標準偏差  $\sigma=1.104$  であった。相関性が得られなかった原因として本研究で仮定した相関関数の適合度が低かったことが考えられる。図-1 は、A 池のある貫入地点の N 値の空間的分布を示す。N 値の試験値を□, 平均値,  $\sigma$  限界地をそれぞれ実線, 破線で示している。

#### 5. バリオグラム

AIC で相関距離が求まらなかった為、バリオグラムを用いて相関距離を求めた。バリオグラムとは 2 点間のデータの差と距離から求まる相関性である。バリオグラムは式 (7) で表される。

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N_k} \sum_{i=1}^{N_k} [P(D_i) - P(D_i')]^2 \quad (7) \quad P_M = (\Psi_M - u_M) \sigma \quad (8)$$

$N_k$  は 2 地点間の距離  $|D_i - D_i'|$  が  $h$  の時の  $P(D_i), P(D_i')$  のペア数,  $h$  は水平方向の時に  $h_x = 5, 10, \dots, 160$ , 鉛直方向の時に  $h_z = 0.25, 0.5, \dots, 8.0$  を与えた。  $P(D_i), P(D_i')$  は  $i$  番目の測定値であり AIC で標準化した値を用いた。式 (8) は標準化に用いた式である。  $D_i, D_i'$  は座標値で水平方向では  $X$ , 鉛直方向では  $Z$  が当てはまる。

表-1 N値の空間的な統計モデル

Statistical models of spatial distribution of N-value				
Parameter		C.D.(m)	$C_0$	$C_1$
A池	水平方向	$l_x=62.5$	0.22	0.78
	鉛直方向	$l_z=4.76$	0.71	0.29
B池	水平方向	$l_x=8.5$	0.62	0.28
	鉛直方向	$l_z=0.36$	0.62	0.28

C.D.=Correlation distance

バリオグラムに適合性が良いと考えられた Nugget-effect model (9) を用いた。ここで、 $l$  は相関距離を表し、式 (10) の  $C(h)$  は共分散関数、 $C(0)$  は分散を表す。標準化した値を用いたため、分散は 1.0 として計算を行った。また B 池の水平方向のデータの個数が少なかったため、鉛直方向の値を用いた。

$$\chi(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h}{l}\right) \right] & , h > 0 \\ 0 & , h = 0 \end{cases} \quad (9) \quad C(h) = \begin{cases} -\chi(h) + C(0) & , h > 0 \\ C_0 + C_1 & , h = 0 \end{cases} \quad (10)$$

#### 6. 解析結果および考察

バリオグラムを用いて相関距離を求めた。結果は表-1 に示す。A 池では、AIC で求まった水平方向の相関距離とバリオグラムから求めた相関距離に大きな差が見られた。これは、Nugget-effect model を用いたことが原因と考えられる。

B 池では、鉛直方向の相関距離が 0.36m と小さい値となった。水平方向では、8.5m となり通常報告されている程度の値となった。

#### 7. まとめ

貫入試験により N 値を求め統計モデルを決定した。AIC 最小化とバリオグラムを用いて空間統計モデルのパラメータを求めた。今後は Nugget effect model を AIC の相関関数に加えて計算する等更なる考察が必要である。

#### 参考文献

1) 稲田倍穂：スウェーデン式サウンディング試験結果の使用について、土と基礎, Vol. 8, No. 1, pp13-18(1960)

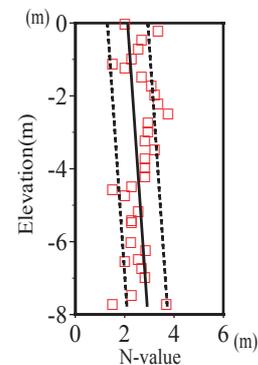


図-1 N値の分布とその平均値と分散  
The distribution of N-value, average value, and dispersion