

多重成層土壌中の水移動シミュレーション The Simulation of Water Transfer in Multilayer Soil

○ 菊池 貴*, 登尾 浩助**, 片町 健太郎*, 阿部 芳彦*

○ Takashi Kikuchi*, Kousuke Noborio**, Kentaro Katamachi*, Yoshihiko Abe*

1. はじめに

土中の物質移動を考える上では, 水移動が基本になる. 水移動は土中のポテンシャルエネルギー勾配によって起こるが, 土壌毎に水分特性曲線は異なり, 多重成層土壌における移動を考える場合には層間でマトリック・ポテンシャルが連続になるという境界条件を適用する必要がある.

そこで本研究では, この層間の境界条件を適用した定式化を行ない, それを用いたシミュレーションを行なった.

2. 定式化

1次元の水移動の基礎方程式は以下のようなになる.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (1)$$
$$q = -k \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right)$$

θ は体積含水率 [$\text{m}^3 \text{m}^{-3}$], q は水分フラックス [m s^{-1}], k は不飽和透水係数 [m s^{-1}], ψ はマトリック・ポテンシャル [m] である.

水の保存式を考える. 以下 $a(t_n, z_j) = a_j^n$ とする. 任意の格子点 j 上の座標 z_j の近傍の微小体積における水の体積は

$$\Theta_j(t) = \int_{z_j - \frac{\Delta z}{2}}^{z_j + \frac{\Delta z}{2}} \theta(z, t) dz \sim \Delta z \theta(z_j, t)$$

水の体積の増加は

$$\begin{aligned} \Theta_j^{n+1} - \Theta_j^n &= - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left\{ q(z_{j+\frac{1}{2}}, t) - q(z_{j-\frac{1}{2}}, t) \right\} dt \\ &\sim - \frac{\Delta t}{2} \left(q_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - q_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} + q_{j+\frac{1}{2}}^n - q_{j-\frac{1}{2}}^n \right) \end{aligned}$$

$j = m$ の点 (z_m) が層と層の境界とすると, そこにおける境界条件は

$$\psi_{(上)}(z = z_m) = \psi_{(下)}(z = z_m) \quad (2)$$

ここで添字(上)は上層の物理量である事を示し, 添字(下)は下層の物理量である事を示す. ここで, z_m における θ_m は上層と下層は異なる事から, 各々を $\theta_{(上)}$, $\theta_{(下)}$ と表すと

$$\theta_{(上)} \neq \theta_{(下)}$$

である. すなわち (2) 式は

$$\psi_{(上)}(\theta_{(上)}) = \psi_{(下)}(\theta_{(下)})$$

と表せる. ここで $\theta^{n+1} = \theta^* + \Delta\theta$ と置き換える. θ^* でこの条件を満たしかつ, θ^{n+1} においてもこの条件を満たす為には

$$\psi_{(上)}(\theta_{(上)}^{n+1}) = \psi_{(上)}^* + \psi'_{(上)} \Delta\theta_{(上)}, \quad \psi_{(下)}(\theta_{(下)}^{n+1}) = \psi_{(下)}^* + \psi'_{(下)} \Delta\theta_{(下)}$$

* 岩手県立大学, * 明治大学, * Iwate Prefectural University, * Meiji University, 水分移動, 多重成層土壌

から

$$\psi'_{(上)}^* \Delta\theta_{(上)} = \psi'_{(下)}^* \Delta\theta_{(下)}$$

を得る. この2つの異なる θ の平均値を θ_m と表すと

$$\theta_m = \frac{1}{2} (\theta_{(上)} + \theta_{(下)})$$

$$\begin{aligned} \Theta_m(t) &= \int_{z_m - \frac{\Delta z}{2}}^{z_m} \theta_{(上)}(z, t) dz + \int_{z_m}^{z_m + \frac{\Delta z}{2}} \theta_{(下)}(z, t) dz \\ &\sim \frac{\Delta z}{2} \left\{ \frac{3\theta_{(下)} + \theta_{m-1}}{4} + \frac{3\theta_{(上)} + \theta_{m+1}}{4} \right\} \\ &= \Delta z \theta_m \end{aligned}$$

$$\theta_m = \frac{1}{8} \{ 3\theta_{(下)} + \theta_{m-1} + 3\theta_{(上)} + \theta_{m+1} \}$$

これから

$$\Delta\theta_{(上)} = \frac{2}{1+\kappa} \Delta\theta_m, \quad \Delta\theta_{(下)} = \frac{2\kappa}{1+\kappa} \Delta\theta_m, \quad \kappa = \frac{\psi'_{(上)}^*}{\psi'_{(下)}^*}$$

従って, $\Delta\theta_m$ を求めれば, $\Delta\theta_{(上)}$ と $\Delta\theta_{(下)}$ が求まり, 境界条件(2)も満たしている.

次に θ_m を求める事を考える. (1)式を時間と空間に関して中心差分近似する.

$$\theta_m^{n+1} - \theta_m^n + \lambda \left(q_{m+\frac{1}{2}}^{n+1} - q_{m-\frac{1}{2}}^{n+1} + q_{m+\frac{1}{2}}^n - q_{m-\frac{1}{2}}^n \right)$$

$\lambda = \Delta t / 2\Delta z$. ここで $q_{m-\frac{1}{2}}$ は上層から層間を含む微小体積への流入フラックスであり, $q_{m+\frac{1}{2}}$ は微小体積から下層への流出フラックスである. これを線形化すると以下ようになる.

$$\begin{aligned} \theta_m^* + \Delta\theta_m - \theta_m^n &= -\lambda \left(q_{m+\frac{1}{2}}^* + \Gamma_{m+\frac{1}{2}}^+ \Delta\theta_{m+1} + \Gamma_{m+\frac{1}{2}}^- \Delta\theta_{(下)} - q_{m-\frac{1}{2}}^* - \Gamma_{m-\frac{1}{2}}^+ \Delta\theta_{(上)} - \Gamma_{m-\frac{1}{2}}^- \Delta\theta_{m-1} \right. \\ &\quad \left. + q_{m+\frac{1}{2}}^n - q_{m-\frac{1}{2}}^n \right) \end{aligned}$$

$$\Gamma_{m+\frac{1}{2}}^+ = \left. \frac{\partial q_{m+\frac{1}{2}}}{\partial \theta_{m+1}} \right|_{\theta=\theta^*}, \quad \Gamma_{m+\frac{1}{2}}^- = \left. \frac{\partial q_{m+\frac{1}{2}}}{\partial \theta_m} \right|_{\theta=\theta^*}, \quad \Gamma_{m-\frac{1}{2}}^+ = \left. \frac{\partial q_{m-\frac{1}{2}}}{\partial \theta_m} \right|_{\theta=\theta^*}, \quad \Gamma_{m-\frac{1}{2}}^- = \left. \frac{\partial q_{m-\frac{1}{2}}}{\partial \theta_{m-1}} \right|_{\theta=\theta^*}$$

ここで, 添字が $m - \frac{1}{2}$ の量は全て上層の量で計算を行い, 添字が $m + \frac{1}{2}$ の量は全て下層の量で計算を行うものとする. この式を整理すると

$$\begin{aligned} \lambda \Gamma_{m+\frac{1}{2}}^+ \Delta\theta_{m+1} + \left\{ 1 + \frac{2\lambda}{1+\kappa} \left(\Gamma_{m+\frac{1}{2}}^- \kappa + \Gamma_{m-\frac{1}{2}}^+ \right) \right\} \Delta\theta_m + \lambda \Gamma_{m-\frac{1}{2}}^- \Delta\theta_{m-1} &= G_m \\ G_m &= \theta_m^n - \theta_m^* - \lambda \left(q_{m+\frac{1}{2}}^* - q_{m-\frac{1}{2}}^* + q_{m+\frac{1}{2}}^n - q_{m-\frac{1}{2}}^n \right) \end{aligned}$$

3. 計算結果

Haverkamp等[1]のYolo light clayと, そのパラメータを若干変更した疑似的な土壌の2層を用いたシミュレーション結果を示す. 図1.に体積含水率 θ の分布を, 図1.にマトリックポテンシャル ψ の分布をそれぞれ示す.

図1.から水分分布は層間で不連続になっていることが確認できる. 一方, 図1.からはマトリックポテンシャルが層間でも連続していることがわかる.

これらから本研究で用いた定式化により, 多重成層土壌における水移動について層間における境界条件を満たして計算が可能になったといえる.

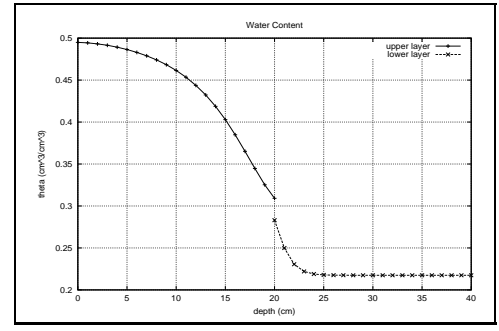


Fig.1 The profile of water content

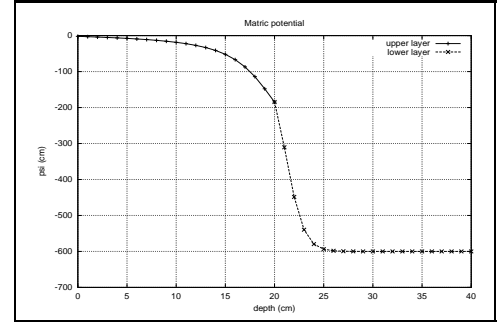


Fig2. The profile of matric potential