

# ノイズを付加した観測データを用いた物質移動パラメータ推定 Transport parameter estimation with noisy data

○ 正木 一平\*・井上 一哉\*\*・田中 勉\*\*  
Ippei Masaki, Kazuya Inoue and Tsutomu Tanaka

## 1. はじめに

地下水における汚染物質の移流分散挙動を把握することは適切な地下水汚染対策を講ずる上で重要である．多くの研究例では NaCl や KBr をトレーサとして観測された濃度データを基に移流分散方程式を介して物質移動パラメータを同定しているが，観測データは観測条件などの影響によりノイズが含まれることが予想される．本研究では，測定誤差がパラメータ推定に与える影響を検討するため，平面二次元物質移動実験により得られた NaCl 濃度の観測データと観測データにノイズを付加して生成されたデータに対して分散長と分散比，遅延係数を逆推定することでノイズの影響を検討する．

## 2. 物質移動実験

Fig.1 に示す長さ 100cm×幅 50cm×深さ 6cm のステンレス製タンクを使用して，平面二次元の均質飽和流れ場を形成する．実験装置の上流と下流には定水頭装置が連結されており，動水勾配の設定と流量の測定を可能にしている．また，タンク底部に設けてある 20 個のピエゾメータ孔により水圧を測定する．トレーサには初期濃度  $5.0 \times 10^{-3} \text{g/cm}^3$  の NaCl 溶液を用いる．実験装置には流下方向に沿って注入口から 15cm, 35cm, 55cm, 75cm の位置に 4 本の塩分センサーを設置しており，各点において塩分濃度が時系列で計測される．

浸透場は飽和させた試料砂を水中落下によりタンクに充填し，締め固めることで作成する．粒径の差異が移流分散挙動に与える影響を検討するため 2 種類の試料砂を使用し，各試料砂の物性値を Table 1 に示す．地盤作成後，装置を密閉し，地盤内の定常状態を確認した後，注入口より  $20 \text{cm}^3$  のトレーサを深さ方向に一様に注入し，塩分センサーにより 2 秒間隔で濃度データが計測される．本研究では各浸透場に対して動水勾配を種々に変化させ，2 回以上繰り返して実験している．

## 3. 遺伝的アルゴリズムによるパラメータ逆推定

順解析には式 (1) から式 (3) で表される移流分散方程式を式 (4) と式 (5) の初期条件と境界条件下で解くことによって得られる解析解 (6)<sup>1)</sup> を用いる．この解析解は幅と長さを有するパッチ型汚染源から汚染物質が漏洩する現象を表現している．実験状況を反映して，解析に用いる既知パラメータは  $z_1 - z_2 = 6 \text{cm}$ ,  $B = 6 \text{cm}$ ,  $\lambda = 0$  とする．なお，浸透流速は実験から得られるダルシー流速と間隙率より式 (7) によって表される．

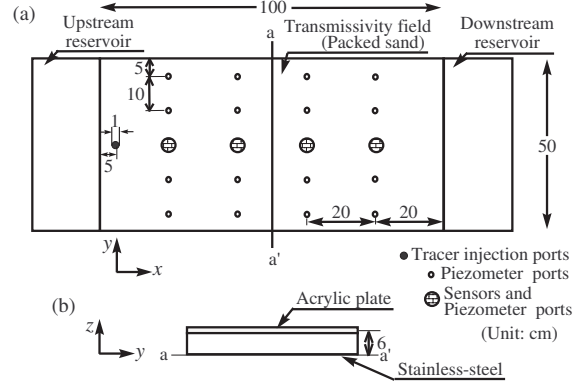


Fig.1 : Experimental apparatus. (a)Plan view. (b)Cross section. 実験装置概略図 (a) 平面図, (b) a-a' 断面図

Table 1 : Properties of sand materials  
試料砂の物性値

試料砂	土粒子密度 $\rho_s (\text{g/cm}^3)$	50% 均等粒径 $D_{50} (\text{cm})$	間隙率 $n$	飽和透水係数 $K_s (\text{cm/s})$
A	2.68	0.085	1.80	0.41
B	2.66	0.050	1.25	0.41

$$R_d \frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - R_d \lambda c \quad (1)$$

$$D_x = \alpha_L v, \quad D_y = \alpha_{TH} v, \quad D_z = \alpha_{TV} v \quad (2)$$

$$v' = \frac{v}{R_d}, \quad D'_x = \frac{D_x}{R_d}, \quad D'_y = \frac{D_y}{R_d}, \quad D'_z = \frac{D_z}{R_d} \quad (3)$$

$$c(x, y, z, 0) = 0, \quad c(0, -y_0 \leq y \leq y_0, z_1 \leq z \leq z_2, t) = c_0(t) \quad (4)$$

$$c(\infty, y, z, t) = 0, \quad c(x, \pm\infty, t) = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial z}(x, y, 0, t) = 0 \quad (5)$$

$$c = \frac{x}{4B\sqrt{\pi D'_x t}} \int_0^t c_0(t-\xi) \frac{1}{\xi^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\lambda\xi - \frac{(x-v'\xi)^2}{4D'_x\xi}\right) \times \left(\text{erfc}\left(\frac{y-y_0}{2\sqrt{D'_y\xi}}\right) - \text{erfc}\left(\frac{y+y_0}{2\sqrt{D'_y\xi}}\right)\right) \left((z_2-z_1) + \frac{2B}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\right) \times \left(\sin\left(\frac{n\pi z_2}{B}\right) - \sin\left(\frac{n\pi z_1}{B}\right)\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{B}\right) \exp\left(-D'_z \frac{n^2 \pi^2}{B^2} \xi\right) d\xi \quad (6)$$

$c$ : 物質濃度,  $c_0$ : 汚染源濃度,  $x, y, z$ : 座標,  $t$ : 時間,  $v$ : 浸透流速,  $2y_0$ :  $y$  軸方向の汚染源長さ,  $z_1 - z_2$ :  $z$  軸方向の汚染源長さ,  $B$ : 帯水層厚さ,  $\alpha_L$ : 縦分散長,  $\alpha_{TH}$ : 水平方向横分散長,  $\alpha_{TV}$ : 鉛直方向横分散長,  $D_{x,y,z}$ : 分散係数,  $\lambda$ : 崩壊定数,  $R_d$ : 遅延係数

$$v = \frac{q}{n} \quad (7)$$

$q$ : ダルシー流速,  $n$ : 間隙率

$$C_{mea}^k(t_m) = C_{ext}^k(t_m) + \varepsilon \delta C_{ext}^k(t_m) \quad (8)$$

$$F = \sum_{k=1}^T \sum_{m=1}^N (C_{mea}^k(t_m) - C_{com}^k(t_m))^2 \quad (9)$$

$C_{mea}^k$ : 観測点  $k$  にてノイズを付加した観測値,  $C_{ext}^k$ : 観測点  $k$  での観測値,  $\varepsilon$ : ノイズ強度,  $\delta$ : 標準正規分布乱数,  $t_m$ : 観測時間  $C_{com}^k$ : 観測点  $k$  での解析値,  $N$ : 各観測点でのデータ数,  $T$ : 観測点数

\* 神戸大学大学院自然科学研究科: Graduate School of Science and Technology, Kobe University.

\*\* 神戸大学農学部: Faculty of Agriculture, Kobe University.

未知パラメータ (決定変数) の逆推定には遺伝的アルゴリズム (GA) を使用する。GA に関わるパラメータ値は個体数を 50, 最終世代交代数を 50, トーナメントサイズを 2, 交叉率を 0.85, 突然変異確率を 0.05 と設定する。Table 2 に対象とする決定変数とそれらの定義域を記す。キャリブレーションを目的として、漏洩時間と汚染源幅を決定変数に組み込んでおり、これらの推定結果は実測された値と同等の値が得られている。

観測データへのノイズ付加は式 (8) によって示される。 $\delta_n$  は平均 0, 分散 1 の正規乱数値であり、ノイズなし, ノイズ小, ノイズ大の場合をそれぞれ  $\varepsilon = 0, 0.05, 0.2$  とする。また、適合度の評価には式 (9) を用い、 $F < 10^{-4}$  を満たすか最終世代交代を経た時点を取束判定とする。

#### 4. パラメータ推定結果

ノイズを付加した観測データに基づいて推定された分散長を Fig.2 に示す。試料砂による推定値の差異はほとんど見られず、縦分散長は試料砂 A では 0.158cm から 0.251cm の範囲で、試料砂 B では 0.100cm から 0.251cm の範囲で得られている。横分散長は試料砂 A が 0.0754cm から 0.120cm の範囲で、試料砂 B が 0.050 から 0.138 の範囲で得られている。Huang ら<sup>2)</sup> の大規模実験ではトレーサの移動距離が 1m の時の縦分散長を 0.092cm と推定している。また、Robbins<sup>3)</sup> のカラム試験では横分散長を  $3.9 \times 10^{-4}$ cm から 0.013cm の範囲で求めている。既往の研究例と比較して、本解析結果は妥当な範囲にあると言える。また、縦分散長に対する横分散長の比はノイズなしでは 0.3 から 0.8 の範囲で推定され、ノイズ付加による値の変化は最大で 0.5, 最小で 0, 平均は 0.2 である。分散長は浸透場に対して一定となることが期待されるが、動水勾配の変化によりばらつきが見られる。これは実験ごとに地盤を作成し直すことで間隙構造が変化するためと推察される。また、観測データにノイズを付加することによって推定値に変化が見られるが、ノイズ強度の大小が推定値の差異と必ずしも一致していない。以上より、分散長を 1 つの値に特定することは本来難しいため、ある範囲を持って推定することが望ましく、ノイズの影響により推定値のばらつきも大きくなるとは限らないと言える。

2 つの均質地盤に対する遅延係数の推定結果を Fig.3 に示す。試料砂による差異は見られず、1.3 から 1.5 の範囲で得られている。また、ノイズ付加による推定値への影響が見られないのは本研究のようにパルス型の汚染ではノイズを与えてもピーク時間は変化しないためと考えられる。NaCl 溶液の遅延特性は Rennert と Mansfeldt<sup>4)</sup> が指摘しているが、遅延なしとしている研究例も多いため今後検討する必要がある。Fig.4 には試料砂 B, 動水勾配 0.0672 のときのノイズなし (Exact) と  $\varepsilon = 0.20$  のノイズを付加した場合 (Measured) に推定されたパラメータを用いた順解析による破過曲線 (GA) の比較を示す。3 つの破過曲線を比較すると、ノイズ付加により濃度の高い点では観測データ誤差が大きくなるものの、本解析においてはノイズの影響は無視できる程度であると判断される。

参考文献：1) Zheng, C., and G. D. Bennett : Applied Contaminant Transport Modeling, John Wiley and Sons, Inc., 621p., 2002. 2) Huang, K., Toride, N. and van Genuchten, M.Th.: Experimental investigation of solute transport in large, homogeneous and heterogeneous, saturated soil columns, *Trans. Porous Media*, Vol.18, pp.283-302, 1995. 3) Robbins, G. A. : Methods for determining transverse dispersion coefficients of porous media in laboratory column experiments, *Water Resour. Res.*, Vol.25(6), pp.1249-1258, 1989. 4) Rennert, T. and Mansfeldt, T. : Sorption and transport of ion-cyanide complexes in uncontaminated soil investigated in column experiments, *Soil Science*, 167(8), pp.504-512, 2002.

Table 2 : Range of decision variables.

決定変数の定義域				
決定変数	下限値	上限値	間隔	ビット
$\log_{10} \alpha_L$	-2.0	1.3	0.1	5
$\alpha_T/\alpha_L$	0.05	0.8	0.05	4
$t_{leak}(s)$	30.0	156.0	2.0	6
$y_0(cm)$	2.5	4.0	0.5	2
$R_d$	1.00	1.75	0.05	4

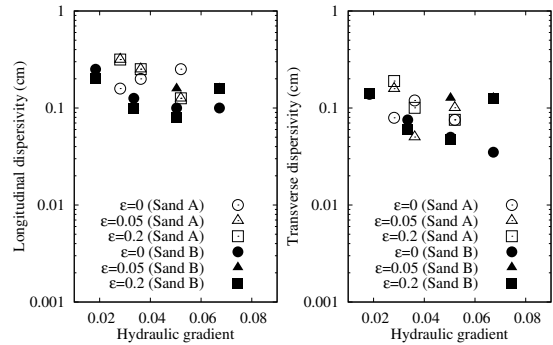


Fig.2 : Comparison of estimated dispersivity. 分散長推定結果の比較

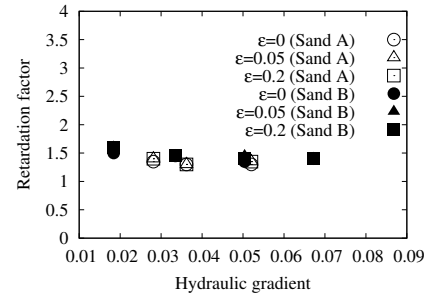


Fig.3 : Estimated retardation factor. 遅延係数推定結果

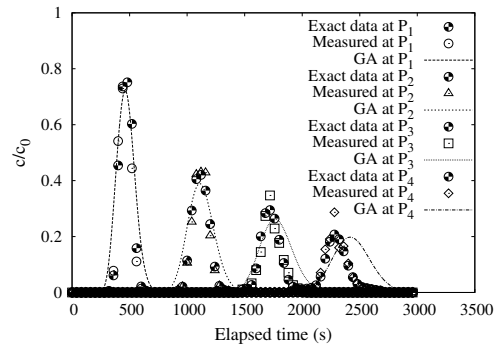


Fig.4 : Comparison of breakthrough curves. 破過曲線の比較