

有限要素法による土構造物の信頼性設計

Reliability-based design of earth structures with use of finite element method

西村伸一 松浦 健

NISHIMURA Shin-ichi and MATSUURA Ken

1. はじめに

本報告では、土構造物の信頼性設計を行う際の手順について説明している。土構造物の場合、土質定数の空間的な分布を評価しなければならないという特色がある。ここでは、第一に、最尤法に基づいた統計モデルの決定法について説明している。次いで、有限要素法を用いて安定解析を行う例を解説する。特にここでは、ため池の改修（前刃金工法）を例とし、地震時の改修による防災効果について検討している。

2. 土構造物の統計モデル

土構造物の特色として、土質定数の空間的な相関性を規定する必要がある。この様な相関性を表現する統計モデルは、基本的にはポーリング

調査によって決定されるべきであるが、土質試験結果から求めようとすると、サンプリング密度が低いと難しい。一般的には、サウンディング試験結果を利用し、強度定数との相関性を考慮するのが有効である。統計モデルは最尤推定法に基づき、次の方法で簡便に求めることができる。最初に、サウンディングなどによる試験結果を、 $\Psi=(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_M)$ と定義する。ここで、 M は試験個数とし、 Ψ が、 M 次元の正規分布を形成するとすれば、確率密度関数は次式で定義される。

表 - 1 N 値の空間的な統計モデル

Statistical models of spatial distribution of N-values

Parameter	Mean function	S.D.	C. D. (m)
N (Standard)	$1.793 + 0.0184x - 0.2976z$	3.01	$l_x = l_y = 14, l_z = 1.2$
N (Sweden)	$2.053 - 0.122z$	1.35	$l_x = l_y = 10, l_z = 2.0$

x, z : horizontal and vertical coordinates.

S.D.= Standard deviation C. D.= Correlation distance

$$f_{\Psi}(\Psi) = (2\pi)^{-M/2} |C|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\Psi - \mu)' C^{-1}(\Psi - \mu)\right\} \quad (1) \quad \mu_k = a_0 + a_1 x_k + a_2 y_k + a_3 z_k \quad (2)$$

ここで、 $\mu=(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_M)$ は、確率変数 $\Psi=(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_M)$ の平均値を表すベクトルであるが、例えば、式(2)の様な座標 (x, y, z) (x, y は水平方向、 z は鉛直方向) の線形関数として与えられる。

ここで、 (x_k, y_k, z_k) は、 k 番目のパラメータの測定点、 (a_0, a_1, a_2, a_3) は回帰係数である。C は、共分散関数を表すが、土構造物の場合は、例えば次の関数が良く適合する場合が多い。

$$C = [C_{jk}] = \left[\sigma^2 \exp\left(-|x_j - x_k|/l_x - |y_j - y_k|/l_y - |z_j - z_k|/l_z\right) \right] \quad (3) \quad \sigma \text{ は標準偏差, } l_x, l_y \text{ および } l_z \text{ は水平,}$$

鉛直の相関距離である。式(1)において $\Psi=\Psi$ を代入すると (サンプル値を代入すると)、対数尤度が次式で得られ、この対数尤度を最小化することによって、パラメータ $(a_0, a_1, a_2, a_3, \sigma, l_x, l_y, l_z)$ が決定される。

$$\ln f_{\Psi}(\Psi) = -\frac{M}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |C| - \frac{1}{2} (\Psi - \mu)' C^{-1} (\Psi - \mu) \quad (4)$$

上記の方法を干拓堤防の標準貫入試験結果とため池のスウェーデン式サウンディング試験結果に適用し、統計モデルを決定した例を表 - 1 に示している。

2. 弾粘塑性有限要素解析

今回の解析では、ため池の安定解析を対象にするが、安定解析のための数値解析手法として有限

表 - 2 材料定数

Material constants

Materials	c' (kPa)	ϕ' (degree)	Permeability (m/d)
Fill	6	38	3.28
Core	20	27	$8.64 \cdot 10^{-4}$

COV of $c'=0.2$, COV of $\phi=0.1$

要素法を用いている。ここでは、破壊の判定に式(5)を用いることとする。即ち、式(5)の左辺に与える相当粘塑性ひずみ速度の加算値 TSR が、許容値 $Toler$ 以下であるとき、構造物は全体的な破壊には及ばないものとする。ただし、 $Toler > TSR > 0$ のとき局所的な破壊が生じるものと考えられる。

$$TSR = \sum_{\text{All Gauss points}} \bar{\dot{\epsilon}}_{vp}^n \leq Toler \quad (\text{Stable}) \quad (5)$$

$$\bar{\dot{\epsilon}}_{vp}^n = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \left(\dot{\epsilon}_{ij} \right)_{vp}^n \left(\dot{\epsilon}_{ij} \right)_{vp}^n \right\}^{1/2} \quad (6)$$

$\bar{\dot{\epsilon}}_{vp}^n$: 時間ステップ n における相当粘塑性ひずみ速度
 $(\dot{\epsilon}_{ij})_{vp}^n$: 時間ステップ n における粘塑性ひずみ速度成分

3. 信頼性設計理論

一般に信頼性設計においては、期待値総費用 C_T が次式で計算される。

$$C_T = C_I + C_F \quad (7) \quad C_F = P_f C_f \quad (8)$$

C_I : 初期費用(更新費用), C_F : 期待損失費用, P_f : 破壊確率, C_f : 破壊(すべり破壊の様な全体破壊)が生じた場合の損失費用

土構造物では、破壊の定義が容易ではなく、 P_f の計算が難しい。従ってここでは、その代替案として、破壊の程度に応じて、損失費用を線形補完できるとした式(9)で C_F を計算することを提案する。解析では、構造物の強度定数に乱数を割り当て、モンテカルル法を適用することにより、 $E[RSR]$ を評価するものとする。

$$C_F = E[RSR] C_f \quad (9)$$

$$RSR = \begin{cases} TSR/Toler & (TSR \leq Toler) \\ 1 & (TSR > Toler) \end{cases} \quad (10)$$

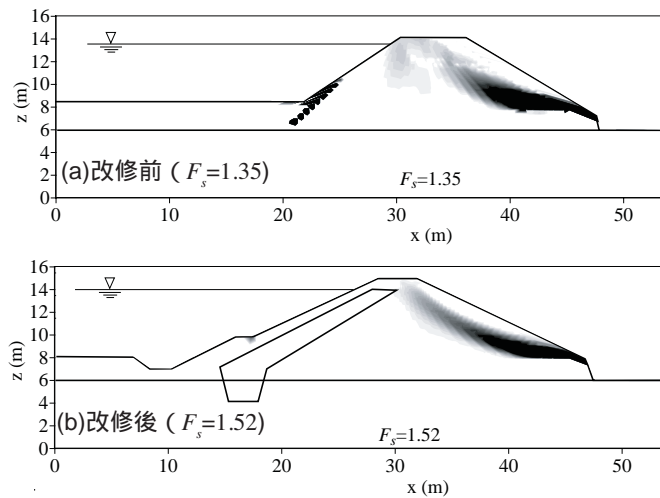


図 - 1 相当粘塑性ひずみ速度(塑性化領域)の分布
 Distributions of equivalent visco-plastic strain rate

表 - 3 信頼性解析結果(金額単位:千円)
 Result of reliability based design

堤体	更新費用 C_I	想定被害額	破壊損失 C_f	$E[RSR]$	総費用 C_T
改修前	0	944,813	944,813	0.366	345,802
改修後	143,700	944,813	1,088,513	0.0625	211,732

4. 解析結果および考察

ここでは、地震時(震度0.15)の改修前後のため池のリスクを検討するものとする。解析モデルの詳細は前報(1)に示すとおりである。ため池の堤体材料の物性値を平均値として、表-2に与える。 c' および ϕ を確率変数と考え、その変動計数をそれぞれ0.2および0.1としている。パラメータの空間的相関性は、式(3)を仮定し、相関距離に関して、表-1においてため池堤体の試験から求められている値を用いる。これらの統計量を満たすように乱数を作成し、モンテカルル法を1000回繰り返した。モンテカルル法に先立ち、パラメータの平均値を用いてせん断力低減法による安定解析を実施し、結果が図-1に与えられている。図では、安全率に対応した相当粘塑性ひずみ速度分布が示されている。円弧状のすべり面が現れており、この状態を全体破壊と見なした。このときの TSR を $Toler$ と定義する。信頼性解析の結果を表-3に与える。結果によると、地震時の安全性に関して、ため池の改修によってもたらされる便益は、 $345,802 - 211,732 = 134,069$ (千円)である。

5. まとめ

サウディングによって、土構造物の統計モデルを決定する方法を示した。また、弾粘塑性有限要素法を用いた信頼性解析を行い、ため池の改修を例に、改修前後の期待総費用の比較を行った。

参考文献:

1) 西村伸一・松浦 健:ため池のリスク評価と信頼性設計,平成17年度農業土木学会大会講演会講演要旨集,pp.896-897(2005)