粒子追跡法による不均質浸透場内の物質移行に関する検討
Solute Transport in Heterogeneous Porous Media Using Particle Tracking Method

井上 一哉*・◯ 松永 尚子*・田中 勉*
Kazuya Inoue, Naoko Matsunaga and Tsutomu Tanaka

1. はじめに

自然地盤は不均質性を有しており，汚染物質の移動には地盤内の流速分布が大きく影響を及ぼす．そこで本研究では，粒子追跡法により所与の確率分布に従う流速分布を有する浸透場を移行する物質粒子の挙動を解析し，時間・空間モーメント解析を適用して，分散長に及ぼす不均質性の影響について検討する．

2. 移流分散解析

2.1 粒子追跡法

本解析で対象としている不均質地盤における 3 次元移流分散方程式は式 (1) にて表され，粒子追跡法 1) を用いて解を導く．粒子追跡法は対象となる物質の質量を与えた粒子を大量に発生させることで，粒子の空間変動を時系列で追跡するアルゴリズムであり，移動式と確率分散式により構成され，式 (2) にて表現される．

2.2 時間モーメント解析と空間モーメント解析

時間モーメントは観測点にて計測される破過曲線より得られ，粒子追跡法では標準化絶対時間モーメント $M_{n,T}$ は式 (3) で表される．本解析では所与の確率分布に基づいて流速分布のリアライゼーションを複数生成し全リアライゼーションに対するアンサンブル量により不均質性について検討する．このとき，n 次標準化絶対時間モーメントのアンサンブル平均 $M_{n,AT}$ は式 (4)，n 次中心時間モーメント $M'_{n,T}$ は式 (5) となり，不均質場における縦分散長は式 (6) により推定される．一方，空間モーメントはある時間における溶質粒子の空間分布により得られ，1 次と 2 次モーメント量は式 (7) と式 (8) にて表される．また，アンサンブル平均を示す空間モーメントテンソル $M_{ij}(t)$ は式 (9) になる．空間モーメント量を用いることで，溶質粒子の空間的配置に基づき縦分散長を式 (10)，水平方向横分散長と鉛直方向横分散長を式 (11) より推定する．

2.3 確率論的流速分布設定

本解析では図 1 に示す領域を解析対象とし，表 1 に示すパラメータを使用する．領域の流下方向に垂直な評価面を汚染源から x 軸方向に 1m ごとに設け，評価面に対する時間モーメント量を算定する．汚染源は一辺 0.5m の立方体内に総質量が 10g となる粒子群を均一に発生させて形成し，浸透場内の流速分布は対数正規分布に従いラテンハイパーキューブ法を用いて生成する．本解析では 10 通りの流速分布リアライゼーションを生成して全リアライゼーションのアンサンブル平均をとり，時間・空間モーメント量を評価する．さらには，浸透実流速を 0.05m/day に固定した上で，幾何標準偏差を種々に変更することで浸透場内の不均質度合いを変化させ，縦・横分散長と不均質性の関係について検討する．

$$nR_p(\vec{x})\frac{\partial c}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(nD_{ij}(\vec{x})\frac{\partial c}{\partial x_j}\right) - \sum_{i=1}^{3} q_i(\vec{x})\frac{\partial c}{\partial x_i} \tag{1}$$

$$X_{p,i}(t+\Delta t) = X_{p,i}(t) + A_i(\vec{X}_p(t))\Delta t + \sum_{j=1}^{3} B_{ij}(\vec{X}_p(t))Z_i\sqrt{\Delta t}, \quad i = 1,2,3 \tag{2}$$

$$M_{n,T} = \frac{1}{m_{tot}}\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k (t_p^k(x_1))^n, \quad m_{tot} = \sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k \tag{3}$$

$$M_{n,AT} = \frac{1}{N_r}\sum_{m=1}^{N_r} M_{n,AT}^{(m)}(x_1) \tag{4}$$

$$M'_{n,AT} = \sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r} M_{n-r,AT}(x_1)(-M_{1,AT}(x_1))^r \tag{5}$$

$$\alpha_L(\xi_p) = \frac{\xi_p}{2}\frac{M'_{2,T}(\xi_p)}{(M_{1,AT}(\xi_p))^2} \tag{6}$$

$$X_{G,i}(t) = \frac{1}{m(t)}\sum_{k=1}^{NP_t}\frac{m_p^k X_{p,i}^k(t)}{R_p(x_p^k(t))}, \quad m(t) = \sum_{k=1}^{NP_t}\frac{m_p^k}{R_p(x_p^k(t))} \tag{7}$$

$$S_{ij}(t) = \frac{1}{m(t)}\sum_{k=1}^{NP_t}\frac{m_p^k X_{p,i}^k(t) X_{p,j}^k(t)}{R_p(x_p^k(t))} - X_{G,i}(t)X_{G,j}(t) \tag{8}$$

$$M_{ij}(t) = \langle S_{ij}(t)\rangle + \langle (X_{G,i}(t) - \langle X_{G,i}(t)\rangle)(X_{G,j}(t) - \langle X_{G,j}(t)\rangle)\rangle \tag{9}$$

$$\alpha_L(\langle \xi_G(t)\rangle) = \frac{M_{11}(\langle \xi_G(t)\rangle)}{2\langle \xi_G(t)\rangle} \tag{10}$$

$$\alpha_{TH}(\langle \xi_G(t)\rangle) = \frac{M_{22}(\langle \xi_G(t)\rangle)}{2\langle \xi_G(t)\rangle}, \quad \alpha_{TV}(\langle \xi_G(t)\rangle) = \frac{M_{33}(\langle \xi_G(t)\rangle)}{2\langle \xi_G(t)\rangle} \tag{11}$$

c: 濃度，n: 間隙率，$q_i(\vec{x})$: ダルシー流速の成分，Δt: 時間ステップ増分
t: 時間，x_i: x，y，z 座標軸の方向成分，$D_{ij}(\vec{x})$: 分散係数テンソル
$X_{p,i}(t)$: 時刻 t の粒子存在位置成分，Z_i: 平均 0，分散 1 の正規乱数
A_i: ドリフトベクトル，B_{ij}: 変位マトリクス，m_{tot}: 汚染源の総質量
M_n: n 次標準化絶対時間モーメント
NP_s: 時間モーメント評価点に到達する全粒子数
$t_p^k(x_1)$: 粒子 k が時間モーメント評価点 x_1 に到達する時刻
α_L: 縦分散長，α_{TH}: 水平方向横分散長，α_{TV}: 鉛直方向横分散長
$M_{n,AT}$: n 次標準化絶対時間モーメントのアンサンブル平均
$M'_{n,AT}$: n 次標準化中心時間モーメントのアンサンブル平均
N_r: 全リアライゼーション数，m: リアライゼーション番号
ξ_p: 汚染源から評価点 x_1 までの距離，m_t: 全液相の溶質質量
m_p^k: k 番目の粒子に割り当てられた質量，$X_{G,i}$: 粒子の空間分布の重心
S_{ij}: 粒子分布の 2 次空間モーメント，R_p: 遅延係数
NP_t: 時間 t における解析領域内粒子数，$X_{p,i}^k$: k 番目に位置する要素 i
$M_{ij}(t)$: 空間モーメントテンソル，$\xi_{G(t)}$: 時間 t の溶質重心の移行距離

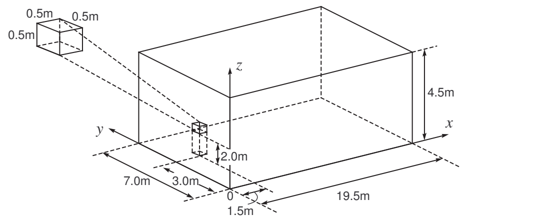

図 1: 解析対象領域

表 1: 解析パラメータ

縦分散長 α_L(m)	0.50	平均実流速 v_y, v_z(m/day)	0.
水平横分散長 α_{TH}(m)	0.05	標準偏差 σ	0.〜0.75
鉛直横分散長 α_{TV}(m)	0.05	遅延係数 $R_p(-)$	1.0
間隙率 $n(-)$	0.30	粒子数	3000
平均実流速 v_x(m/day)	0.05	時間ステップ Δt(day)	0.1

* 神戸大学大学院農学研究科：Graduate School of Agricultural Science, Kobe University.
粒子追跡法，不均質性，時間・空間モーメント

3. 不均質性と分散長の関連性

3.1 時間モーメント解析による検討

不均質性と時間モーメント解析により推定される縦分散長の関係を検討するため，幾何分散の変化が各評価面における縦分散長へ及ぼす影響について検討する．図 2 に示すように，不均質性が増すにつれて縦分散長は増加していることが見て取れる．この傾向はいずれの評価面においても同様であり，評価対象区間全体として不均質性の影響を受けることがわかる．また，不均質度が増すにつれ，評価対象区間において最上流 $x = 3.0\text{m}$ に位置する評価面と最下流 $x = 8.0\text{m}$ に位置する評価面における縦分散長の差は顕著になる．さらに，不均質度の増加に伴い縦分散長の取り得る値は評価面の位置に依存し，下流側の評価面ほど大きい縦分散長となる．これは不均質性が高くなるほど浸透場の流速分布が多様になり，移行過程における空間的濃度分布の拡大が要因であると考えられる．

3.2 空間モーメント解析による検討

時間モーメント解析とは異なり空間モーメント解析では縦分散長のみならず横分散長を推定できる点が特徴である．空間モーメント解析を適用して不均質性の変化が縦・横分散長へ及ぼす影響について検討するため，種々の不均質度合いに対する移行時間と縦分散長の関係を図 3 に示す．不均質性が低い $\sigma^2 = 0.0$ と 0.01，0.06 の場合，縦分散長は一定の値で推移しているが，比較的不均質性が高い $\sigma^2 = 0.16$ と 0.56 の場合は，不均質性が大きいほど縦分散長の時間的変化が大きいことがわかる．また，図 4 と図 5 は不均質度合いに対する移行時間と水平方向横分散長，鉛直方向横分散長の関係をそれぞれ示しており，不均質度が増すにつれて両方向横分散長は小さくなることがわかる．解析対象領域は x 軸方向への 1 次元流条件下にあり，この点が共分散評価に影響し，結果的に横分散長の低下につながると推察される．

3.3 時間・空間モーメント解析による縦分散長の比較

種々の不均質度合いに対して，時間・空間モーメント解析に共通の推定量である縦分散長の関係を図 6 に示し，解析手法の特性について検討する．不均質性が低い $\sigma^2 = 0.0$ と 0.16 の場合，時間・空間モーメント解析による結果はほぼ同じであるが，不均質性が比較的高い $\sigma^2 = 0.56$ の場合は，両解析の結果に差異が見られる．これは両モーメント解析による縦分散長評価の際，推定対象となる評価地点と溶質の重心位置までの距離が両モーメント解析では異なる点が挙げられる．また時間モーメント解析は濃度の破過曲線，空間モーメント解析は粒子分布が縦分散長推定の基礎となるため，モーメントの分散量に差異が生じ，不均質度が増すにつれてその影響が顕著に現れると推察される．さらに，時間モーメント解析に基づく縦分散長の変動割合は空間モーメント解析に比して大きくなることから，物質移動解析において，時間モーメント解析の方が不均質性に対す感度が高いと考えられる．この点はフィールドにおいて計測された破過曲線を縦分散長推定に供する場合，比較的大きい縦分散長の値となることを示唆している．

参考文献：1) Tompson, A.F.B. and L.W. Gelher：Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 26(10), pp.2541–2562, 1990.

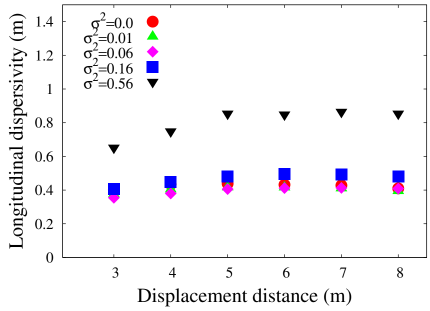

図 2: 移行距離と縦分散長の関係

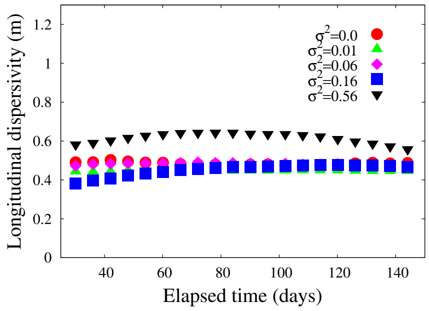

図 3: 移行時間と縦分散長の関係

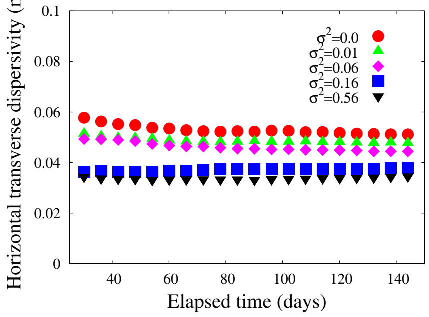

図 4: 移行時間と水平横分散長の関係

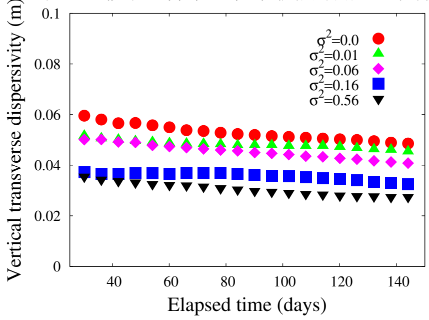

図 5: 移行時間と鉛直横分散長の関係

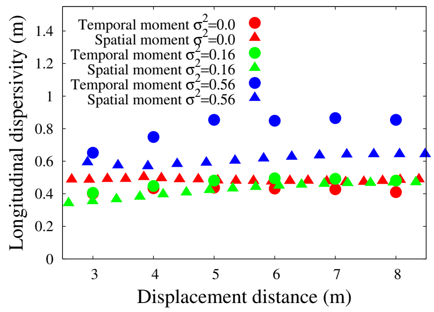

図 6: 移行距離と縦分散長の関係