

## フィンガー流のシミュレーション：2.二次元流れでのフィンガーの発生

Numerical simulation of fingered flow: 2. Occurrence of fingering in two-dimensional flow

西田和弘\* 塩沢 昌\*

Kazuhiro Nishida, Sho Shiozawa

動的水侵入圧を導入してRichards式に基づく二次元場の浸潤過程の数値シミュレーションを行った結果、マクロに均一でミクロスケールで透水係数に微少変動を与えた媒体において、フィンガー流が発生した。また、同じ媒体で動的水侵入圧を与えずにRichards式だけで計算すると、フィンガー流は生じることなく均一な浸潤になることも確認した。

### 二次元場での数値計算法

二次元場での支配方程式：

$$q_x = K(h) \frac{\partial h}{\partial x} + K(h) \quad , \quad q_y = K(h) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (1)$$

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$h$ ：サクション、 $x$ ：鉛直下向き座標、 $y$ ：水平座標、 $t$ ：時間、 $q_x, q_y$ ： $x, y$ 方向のフラックス、

$K(h)$ ：透水係数、 $C(h) \equiv -d\theta/dh$

境界条件： $x=0$ （表面）にて $q_x = q_0$ （一定フラックス）

支配方程式の離散化：(1)(2)式を $x, y$ について差分法で離散化し、それを $t$ について交互方向陰解法（ADI）で解いた。 $C(h)$ の評価にはCeliaの方法を用い、水収支誤差を十分に小さくした（全体の収支相対誤差 $10^{-6}$ 程度）。

動的水侵入圧（ $h_{we}$ ）を、節点の乾湿を表すフラグ $K\_flag$ を割り当て、以下のように与えた。

乾燥時：

$$K\_flag=0 \quad \begin{cases} K(h)=0, & h > h_{we} \\ K(h)=K(\theta), & h \leq h_{we} \end{cases} \quad (3)$$

湿潤時：

$$K\_flag=1 \quad K(h) = K(\theta) \quad (4)$$

節点の $h$ が一度 $h \leq h_{we}$ になると、節点フラグ $K\_flag$ を0から1に変える。

節点 $(i, j)$ から $(i+1, j)$ に向かう $q_x$ 、および $(i, j)$ か

ら $(i, j+1)$ に向かう $q_y$ を与える節点間の透水係数は、節点値の算術平均とした：

$$\begin{aligned} \bar{K}_{x,(i,j)} &= (K(h_{i,j}) + K(h_{i+1,j}))/2 \\ \bar{K}_{y,(i,j)} &= (K(h_{i,j}) + K(h_{i,j+1}))/2 \end{aligned} \quad (5)$$

節点値は(3)(4)式で決める。

### 計算結果と考察

(1)初期条件として上部に飽和した均一水分層（インダクションゾーン）と浸潤前線の小さな出っ張り（初期フィンガー）を与え、初期フィンガーの消長を計算した（Fig.2）。予想通りに初期フィンガーは、動的水侵入圧を与えると発達するが、普通の $K(h)$ とRichards式で計算すると消滅する方向に向かった。大気圧に近い $h_{we}$ を与えると浸潤前線とフィンガー先端部が飽和し透水係数がフラックスを上回るためにフィンガー内に上向きに高いサクション分布が形成され、インダクションゾーンのフィンガー根元のサクションが隣接部より高くなり、フィンガー根元に向かう水平流がインダクションゾーン内に形成されてフィンガーが発達する。

(2)要素の飽和透水係数 $K_s$ に、対数正規分布のランダムな微少変動（Fig.3）を与え、初期乾燥条件で計算をした（Fig.4）。動的水侵入圧を与えるとフィンガー流が発生した。時間を追うとまず、上部に飽和した均一水分層が形成され、その浸潤前線の微少なバラツキからフィンガーが発達する。フィンガーが発達するとフィンガー先端以外では $h$ が増加して $h_{we}$ を上回り、浸潤前線が進まなくなる。一方、普通の $K(\theta)$ で計算するとフィンガー流は発生せずに、均一な浸潤となった。

以上の数値シミュレーションによって、フィ

\* 東京大学大学院農学生命科学研究科 Graduate School of Agric. and Life Sciences, The Univ. of Tokyo  
キーワード：フィンガー流, 浸潤, 水侵入圧

ンガー流の発生は、大気圧に近い動的水侵入圧が存在することから、Richards 式に基づいて説明されることが示された。ただし、動的水侵入圧が存在すること（浸潤前線が拡散せずに無条件に飽和または飽和に近い水分状態になること）は、普通の  $K(h)$  と Richards 式では説明できない乾燥粒状媒体の特異性である。

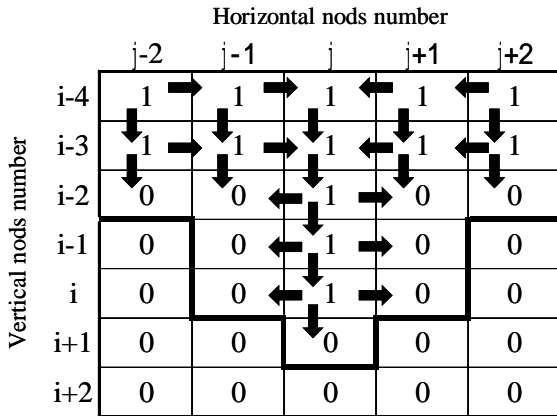


Fig.1 Diagram explaining water entry into elements of 2D lattice. Bold line is the position of wetting front. 0 or 1 is  $K_{flag}$ . Arrows are water flux.

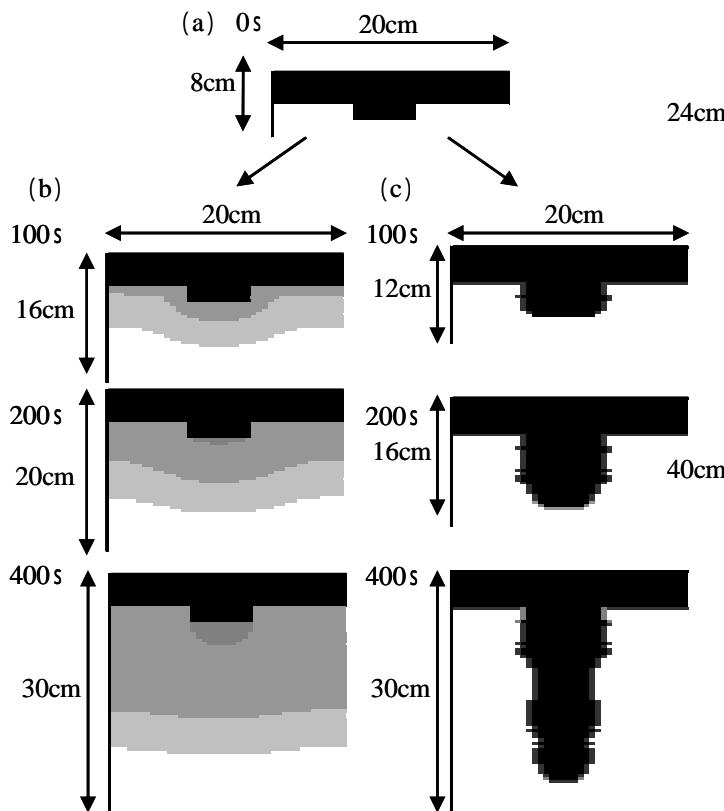


Fig.2 Simulated wetting patterns during downward infiltration in uniform medium with initial tongue of wetting front. (a) Initial condition. (b) Calculated without dynamic water entry pressure; initial tongue shrinks. (c) Calculated with dynamic water entry pressure; initial tongue develops.  $\Delta x=0.4(\text{cm})$ ,  $\Delta y=0.5(\text{cm})$ ,  $\Delta t=1(\text{s})$ ,  $q_0=0.2K_s=6 \cdot 10^{-3}(\text{cm/s})$ ,  $h(t=0s)=-100(\text{cm})$ ,  $h_{we}=-10(\text{cm})$ .

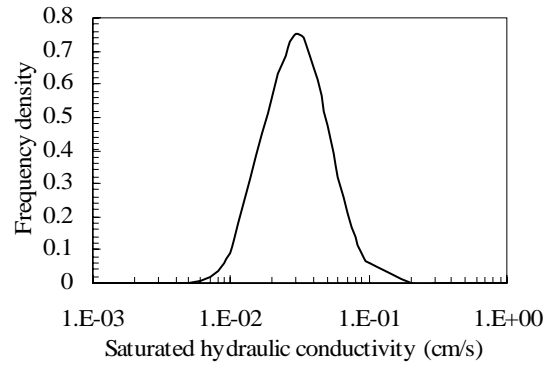


Fig.3 Frequency density function given for  $K_s$ . Log normal distribution with log mean  $K_s$  and log standard deviation ( $=1.7=\exp(0.53)$ ).

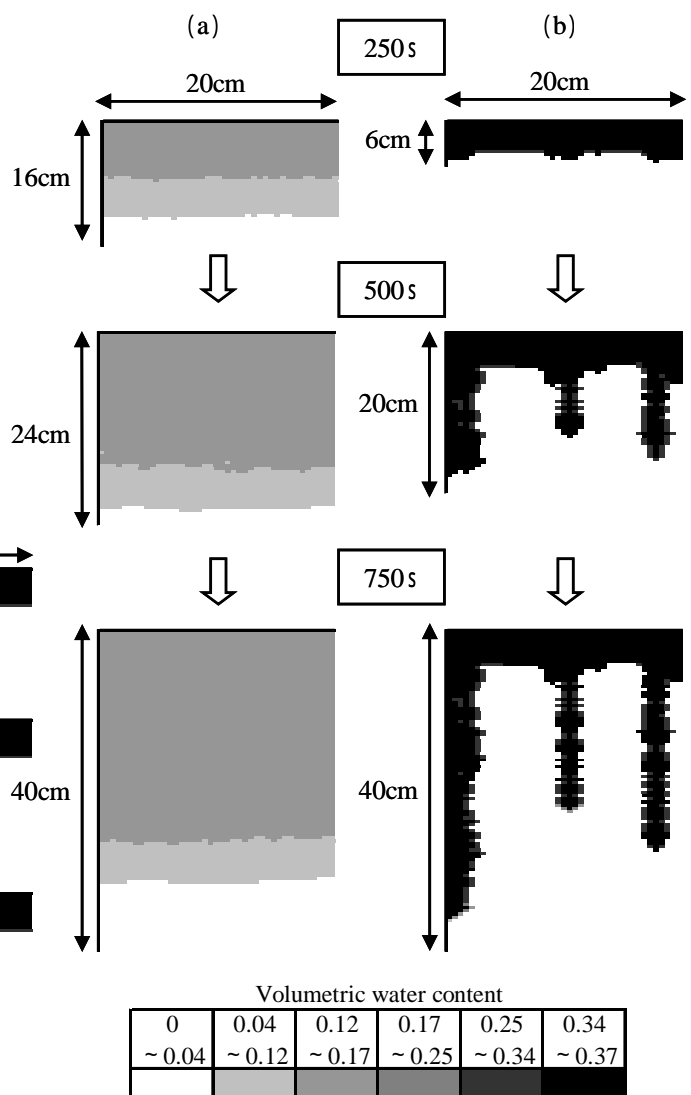


Fig.4 Simulated wetting patterns during downward infiltration in medium consisted of elements having randomly varying saturated hydraulic conductivity. (a) Calculated without dynamic water entry pressure; uniformly infiltrates. (b) Calculated with dynamic water entry pressure; fingers develop.  $x=0.4(\text{cm})$ ,  $y=0.5(\text{cm})$ ,  $t=1(\text{s})$ ,  $q_0=0.2K_s=6 \cdot 10^{-3}(\text{cm/s})$ ,  $h(t=0s)=-100(\text{cm})$ ,  $h_{we}=-10(\text{cm})$ .