

非一様断面開水路 1 次元非定常流解析のための Chang-Moll 法の拡張 Extension of Explicit Chang-Moll Scheme for Computing One-Dimensional Unsteady Open Channel Flows

○木村 匡臣* 島田 正志** 田中 忠次*
○KIMURA Masaomi*, SHIMADA Masashi**, TANAKA Tadatsugu*

1. はじめに

近年の環境意識の向上とともに、良好な河川の自然環境を取り戻そうという気運が高まってきている。それに伴い、多自然型の河川・水路づくりが各地で進められており、河道断面形状を様々に変化させるなどの工夫が必要とされている。そのため、断面積が一様でない用排水路や自然河川において、さまざまな水理現象を正確に把握し、送排水の効率を検討する必要性が増してきている。

本研究では非一様断面開水路 1 次元非定常流解析のモデルを構築することを目的とし、構成式が簡便であり、内点と同様の原理を用いて境界計算が可能な数値解析手法である Chang-Moll 法^{1) 2)}に断面積の非一様性を組み込み、流れの定常状態と非定常状態の両方において手法の有効性の検証をおこなった。

2. 基礎方程式

本研究で用いる基礎方程式は、非一様断面開水路非定常流の連続式と運動量式 (Saint-Venant 方程式) を組み合わせた、次のようなベクトル方程式である。

$$\partial \mathbf{U} / \partial t + \partial \mathbf{G} / \partial x = \mathbf{S} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{U}=(A, Q)^T$: 保存変数、 $\mathbf{G}=(Q, Q^2/A+P_1)^T$: 物理流束、 $\mathbf{S}=(0, P_2+gA(S_0-S_f))^T$: 湧き出し項、 A : 断面積、 Q : 流量、 P_1 : 断面に働く静水圧、 P_2 : 側面に働く静水圧の流下方向分力、 g : 重力加速度、 S_0 : 水路勾配、 S_f : 摩擦勾配である。

3. Chang-Moll 法の原理とその拡張

上述の方程式を Chang-Moll 法を用いて離散化し、数値解を求めていく。このスキームは、半ステップずつの時空間格子内の領域において、物理量の分布を 1 次のテイラー展開により近似して保存形の方程式を積分し、これを 2 段階おこなうことにより、未知の格子点の $\mathbf{U}$ を求めるものである (Fig.1)。Fig.1 において、破線矢印は解の求まる方向を示している。

本研究で対象とする基礎方程式は、空間的な非一様性を持つために、 $\mathbf{G}$ や $\mathbf{S}$ が $\mathbf{U}$ と x (流下方向距離) の関数となる。そこで、Chang-Moll 法のアルゴリズム中に非一様性を表す項を考慮して組み込み、空間の非一様性を表現可能なスキームに拡張した。

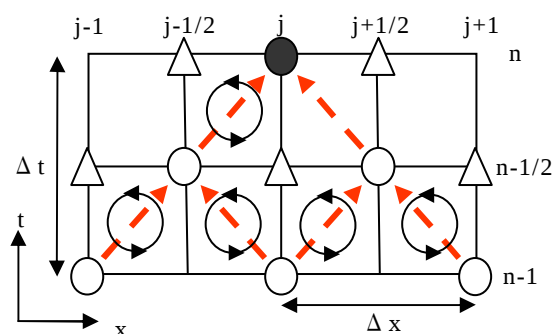


Fig.1 格子システム
System of Chang-Moll scheme

*東京大学大学院農学生命科学研究科 Graduate School of Agricultural and Life Sciences, The Univ. of Tokyo

**筑波大学大学院生命環境科学研究科 Graduate School of Life and Environmental Sciences, Univ. of Tsukuba

キーワード: 数値流体力学, 非一様断面開水路, Chang-Moll 法, 1 次元非定常流解析

4. 手法の検証

・流れの定常状態

勾配・断面幅が変化する矩形断面開水路において適当な条件で解析をおこない、定常となった水面と、逐次水面追跡法によって得られる定常水面形との比較をおこなった。両者の結果はほぼ一致し本手法の流れの定常状態における有効性が示された。

・流れの非定常状態

非一様断面開水路においては、非定常状態における理論解が既知であるケースがない。また、他の1次元スキームの既往の研究においても、非定常状態における検証はおこなわれていない。そこで、本研究では断面幅が変化する実験水路において非定常流を作成し、本手法と他の1次元スキームの1つであるFDS (Flux Difference Splitting) scheme³⁾とあわせて、実験結果との比較を試みた。

一様な水路幅をもつ実験水路に耐水ベニヤ板を設置し、**Fig.2**のような形状をもつ水路を作成した。上流から一定の流量を流し、流れが定常となった後に末端に設けられている可動堰の高さを変化させることで非定常流をつくりだし、 $x=9.2$ (m), 14 (m)の2地点に設置した容量式波高計により水深の時間変化を測定した。解析の際は、上流端境界条件として流量を、下流端境界条件は $x=14$ (m) 地点で測定した水深の時間変化を与え、常流・射流の両方の流れを含む $x=9.2$ (m)地点における水深変化を実験値と比較した。結果は**Fig.3**のようになり、本手法とFDS schemeのどちらの解析結果も、水深の時間変化の傾向をよく表現できていることがわかった。

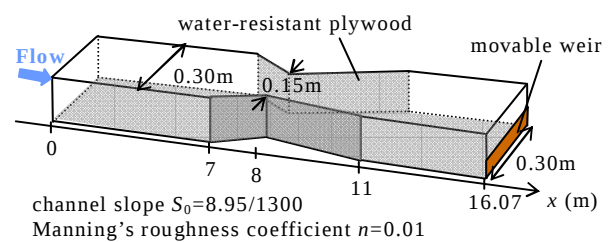


Fig.2 実験水路概要
View of the channel for the experiment

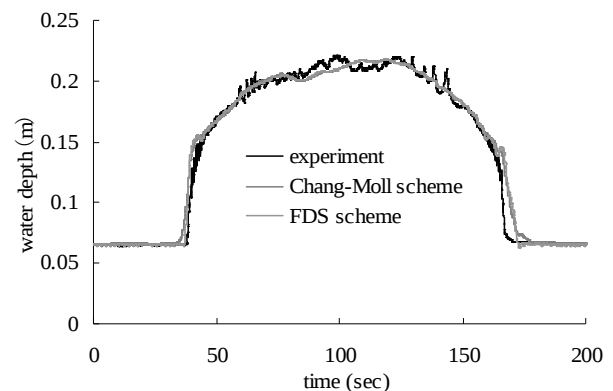


Fig.3 $x=9.2$ (m)地点における水深の時間変化
Experimental and analysis result; $x=9.2$ (m)

5. まとめ

本研究ではChang-Moll法のアルゴリズムを拡張し、断面幅や勾配が様々に変化する矩形断面開水路における非定常流の1次元数値解析手法の基礎を確立した。さらに、流れの定常状態において本手法の有効性を示し、流れの非定常状態における実験結果との比較をおこなった。今後は既存の2次元解析手法との比較や、本手法の適用範囲の解明、複雑な地形をもつ河川への適用などが望まれる。

参考文献

- 1) Molls, T. and Molls, F. (1998): Space-time conservation method applied to Saint Venant equations, *J. Hydr. Engrg.*, 124(5), 501-508.
- 2) Shimada, M., Togawa, K. and Inagaki, H. (2000): Explicit Chang & Moll scheme of computing unsteady flows in open channels, *Pressure Surges and Fluid Transients in Pipelines and Open Channels*, 451-468.
- 3) Hubbard, M. E. and Garcia-Navarro, P. (2000): Flux difference splitting and the balancing of source terms and flux gradients, *J. Comp. Phys.*, 165, 89-125.