

# Ensemble/Unscented カルマンフィルタによる逆解析とデータ同化

## Inverse analysis and data assimilation by Ensemble/Unscented Kalman filter

○ 村上 章\*・笠松 諭\*\*・A. Hommels\*\*\*・西村伸一\*

A. Murakami, S. Kasamatsu, A. Hommels and S. Nishimura

### 1. はじめに

土構造物の性能設計に際しては、基礎地盤や構造物に関する施工中の挙動観測から、沈下など照査性能が担保されるように設計変更を行うことが想定される。この目的に対しては逆解析が有用な手段となり、工学における逆解析法ではカルマンフィルタがしばしば用いられている。しかし、拡張カルマンフィルタで線形化する際の誤差や、弾性モデルを当てはめることの制約といった問題が残された。

そのための手段として、ここではカルマンフィルタを発展させた Unscented カルマンフィルタ (UKF)<sup>1)</sup>および Ensemble カルマンフィルタ (EnKF)<sup>2,3)</sup>を用いることで、上記問題の解決をはかる。特に EnKF は、観測値をシミュレーションモデルに取り入れ、パラメータ同定を行いながら将来予測を行うこと (気象学・海洋学などの分野では「データ同化」<sup>4)</sup>と呼ばれる) を可能とする。この手段によれば、用いるモデルは基本的に弾性/弾塑性によらないという利点がある。

本稿では、まず UKF・EnKF とカルマンフィルタとの違いや利点を説明するとともに、データ同化の概念に言及する。ついで、例題について逆解析例を示し、フィルターの適用性を検討する。

### 2. UKF・EnKF の特質と逆解析/データ同化への適用性

#### 2.1 UKF の特質

UKF では未知数ベクトル  $x$  の次元を  $L$  とする時、 $x$  周りにシグマ点  $\chi_i$  とよばれるサンプル点を  $2L+1$  個選んで、それらを非線形関数により変換した後のシグマ点の統計的性質から、全体の統計量を推定する。したがって、従来の逆解析で用いられてきた拡張カルマンフィルタ (EKF) のように Taylor 展開による線形化の必要がないため、 $h$  が滑らかでない場合にも適用することができるうえ、線形化の誤差を排除できる。EKF では線形近似によって真値の平均、分散から離れることがあるが、UKF では選ばれたシグマ点を用いて非線形関数から直接算出して得られる値に、調節した重みを付けたうえ統計的に処理することで、真値に近い平均、分散を得ることができる。通常のカルマンフィルタとの相違は推定誤差共分散行列  $P$  の構成にあり、観測式のもつ非線形性の程度によるが、UKF の近似は EKF と比べて概ね良好となる。プログラミングも容易であるばかりか、大きく短縮された計算時間の下で逆解析の精度も向上が期待できる。

UKF を逆解析に用いた例は、広く土木工学各分野に求めても、わずかに構造工学における線形/非線形多自由度系の構造動特性同定<sup>5,6)</sup>に見られるに過ぎない。地盤工学で扱われてきた逆解析では、観測式に非線形性が現れる場合がほとんどであるので、逆解析問題に対する UKF の基本的な特性を数値計算により次節で検討する。

#### 2.2 EnKF の特質

精緻な弾塑性構成式と FEM モデルを用いた場合でも、初期/境界条件や入力パラメータの設定に不確かさが残り、モデルの不完全さが内在する。そのためシミュレーションのみでは現象を必ずしも適切に再現できない一方、観測値があっても将来予測に反映するのに困難がある。データ同化は、観測値を FEM などのシミュレーションモデルへ組み込み、モデルの状態補正やパラメータ同定を行って将来予測を修正することを指し、EnKF はその有力な手段の一つとなる。気象学では「アンサンブル予報」<sup>7)</sup>にこの手法がとられている。

地盤工学で EnKF を適用するに際しては、地盤の変位や間隙水圧のような場の変数と同定すべ

\* 岡山大学環境学研究所 Graduate School of Environmental Science, Okayama University, \* 福井県庁 Fukui Prefectural Government, \*\*\* デルフト工科大学 Delft Univ. of Tech. キーワード：逆解析, 地盤の変形, 数値解析

きパラメータ（透水係数以外に弾性モデルでは弾性係数、弾塑性モデルでは初期応力あるいは弾塑性パラメータ）をすべて未知数にとる。この時、未知数の時間遷移を表す状態式は、例えば弾塑性構成式に基づく FEM 剛性方程式により記述されるため非線形となる。一方、観測式は「どの位置でどの変数を観測しているか」を記述するため線形で表される。

変数の次元が非常に多くなると、通常のカルマンフィルタでは推定誤差共分散行列の更新が計算上困難となるため、EnKF では推定誤差共分散行列  $P$  を未知数  $x$  の誤差ベクトルの共分散として表した（サンプル分散共分散）うえ、得られたサンプル分散共分散からカルマンゲインを求める。従来の逆解析では同定すべきパラメータとして弾塑性パラメータを扱う困難があったため、弾性モデルによらざるを得ず、観測値以後の予測の信頼性が高いとは言えなかった。データ同化によれば、弾塑性モデルでも FEM 剛性方程式をそのまま状態式に用いることができる。

### 3. 解析結果と考察

図-1 に示す飽和基礎地盤上に 4m の盛土荷がなされる場合<sup>8)</sup>を検討する。ここに、e-width: 16m, f-depth: 18.4m, f-width: 70m であり、図中の観測位置（8 点）で鉛直変位を観測する。ある盛土荷履歴のもとで変位を観測することで、EnKF によりデータ同化を行う場合と、UKF により弾性係数と透水係数を逆解析する場合とを比較する。両フィルターの適用性を検討することが主眼であるため基礎地盤は飽和弾性体として扱

い、設定した弾性係数・透水係数のもとで水～土連成解析による変位を仮想的な観測値とする。前述したように EnKF では、弾塑性材料を扱うことも可能であるが、ここでは計算精度を確認するため、まず弾性モデルで解析を行う。

図-2 に EnKF によるデータ同化の過程で同定されたパラメータと、UKF による逆解析値との比較を示す。弾性係数については両者で有意な差は見られないが、透水係数では EnKF による値が UKF に比べて少ない誤差を有している。EnKF では図にあるパラメータの補正を行いながら、観測点以外で将来予測を同時に行っており、データ同化が機能している。

本稿の手段によれば、従来の逆解析における困難や制約を軽減したうえ、地盤工学におけるデータ同化（観測とシミュレーションの融合）をはかり、弾塑性モデルによった場合でも逆解析の遂行と、将来予測の精度向上をはかることも可能であると考えられる。性能設計の有力な手段となることも期待される。

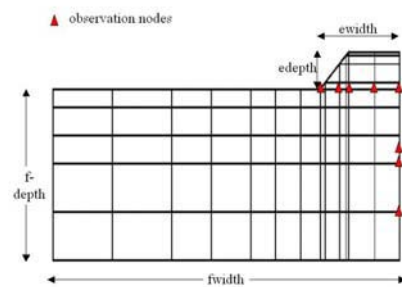


図-1 飽和基礎地盤と観測点

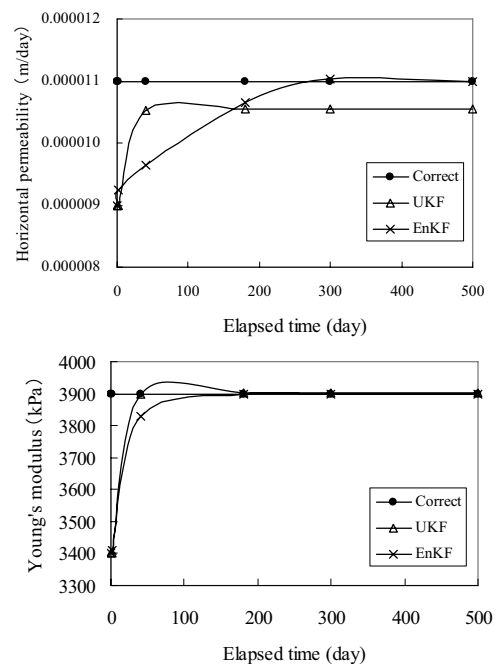


図-2 透水係数および弾性係数の同定

#### ■ 参考文献

- 1) S.J. Julier and J.K. Uhlmann: A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems, Proc. of AeroSense, 11<sup>th</sup> Int. Symp. on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Control, 1997.;
- 2) G. Evensen: Sequential data assimilation with nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, Journal of Geophysical Research, Vol.99, No.C5, pp.143-162, 1994.;
- 3) G. Evensen: Data assimilation, The ensemble Kalman filter, Springer, 2006.;
- 4) 中村和幸・上野玄太・樋口知之: データ同化: その概念と計算アルゴリズム, 統計数理, 第 53 巻, 第 2 号, pp.211-229, 2005.;
- 5) M. Wu and A.W. Smith: Application of the unscented Kalman filter for real-time nonlinear structural system identification, Structural Control and Health Monitoring, Vol.14, No.7, pp.971-990, 2007.;
- 6) S. Mariani and A. Ghisi: Unscented Kalman filtering for nonlinear structural dynamics, Nonlinear Dynamics, Vol.49, No.1-2, pp.131-150, 2006.;
- 7) 三好建正: アンサンブル・カルマンフィルタ —データ同化とアンサンブル予測の接点—, 天気, 第 52 巻, 第 2 号, pp.3-14, 2005.;
- 8) A. Hommels and F. Molenkamp: Inverse analysis of an embankment using the ensemble Kalman filter including heterogeneity of the soft soil, Numerical Methods in Geotechnical Engineering, H. Schweiger ed., pp.635-639, 2006.