

# 農地からの流出過程に適用される一次元開水路流モデルの Kinematic Wave 近似 Kinematic Wave Approximation of One-Dimensional Open Channel Flow Models Applied to Runoff Processes from Farmlands

○石田桂\*・宇波耕一\*・河地利彦\*

Kei Ishida, Koichi Unami, and Toshihiko Kawachi

## 1. はじめに

一次元開水路流モデルを用いた洪水解析において、数値計算時の安定性および簡便性から Kinematic Wave(KW)近似がしばしば用いられる。だが一方で、近似であることから、適用可能な条件も限られている。Moramarc *et al.*[1]は、数値計算を用い、Dynamic Wave との比較から KW 近似の有効性を検証している。他にも多くの研究がなされているが、その対象は主に河川における洪水解析である[2]。ここでは、圃場および用排水兼用水路からなる農地を一次元開水路網としてモデル化し、浅水方程式および KW 近似により得られる方程式 (KW 方程式) に基づいた数値計算により洪水時の流出解析を行う。下流端付近における水深を観測データと比較し、KW 近似の有効性を検証する。

## 2. 一次元開水路流モデル

### 2.1. 支配方程式

一次元開水路流れは、主流方向を  $x$  曲線座標にとれば、連続方程式

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

および、運動量方程式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\alpha Q^2}{A} + g \int_0^h A(z) dz \right) = gAS_0 - gAS_f \quad (2)$$

からなる浅水方程式で表される。ここに、 $t$  は時間、 $A$  は通水断面積、 $Q$  は流量、 $q$  は単位幅横流入流量、 $\alpha$  は運動量補正係数、 $h$  は水深、 $g$  は重力加速度、 $z$  は鉛直上向き座標、 $S_0$  は河床勾配、 $S_f$  は摩擦勾配である。ここでは、 $S_f$  を Manning 式

$$S_f = \frac{n^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} \quad (3)$$

で与える。ここに、 $n$  は Manning の粗度係数、 $R$  は径深である。

浅水方程式において、運動量方程式(2)の右辺および左辺の圧力項が局所的加速度項および慣性項に卓越していると考え、 $S_f$  を浅水方程式と同様に Manning 式で与えることにより、浅水方程式の KW 近似

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} \frac{S_s}{\sqrt{|S_s|}} \quad (4)$$

を得る。ここに、 $S_s$  は水面勾配である。

### 2.2. 離散化モデル

連続方程式(1)を有限要素法により離散化すると、

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \varphi A dx = \int_{\Omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x} Q dx + \int_{\Omega} \varphi q dx \quad (5)$$

が得られる。ここに、 $\Omega$  は開水路網全体の領域、 $\varphi$  は任意の  $H_0^1$  級の重みである。また、領域の境界における流出入流量は、単位幅横流入流量  $q$  として取り扱う。

浅水方程式の運動量方程式(2)は、局所的に積分した

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{\Omega_i} Q dx + \left[ \frac{\alpha Q^2}{A} + g \int_0^h A(z) dz \right]_{\Gamma_i} \\ = \int_{\Omega_i} (gAS_0 - gAS_f) dx \end{aligned} \quad (6)$$

に基づき、有限体積法により離散化する。ここに、 $\Omega_i$  は第  $i$  セルの領域、 $\Gamma_i$  は  $\Omega_i$  の境界である。

KW 方程式においても、浅水方程式と同様に流量  $Q$  を要素値として扱うが、そのためには、浅水方程式においては節点値として扱われている水深  $h$  の要素値を定めなければならない。そこで、水深  $h$  に関しては、要素両端における節点値の平均をその要素値とする。ただし、安定化のため、水面勾配が 1/10 以上の急勾配部分においては、上流側の水深を要素値として用いる。また、上流側水深が 1 mm 以下の場合には、その要素における流量は 0 とする。

\* 京都大学農学研究科 Graduate School of Agricultural Science, Kyoto University

キーワード： 一次元開水路網 Kinematic Wave 近似 流出過程 農地

### 3. モデルの適用

実際の農地における流出過程に対し、浅水方程式およびKW方程式それぞれのモデルを適用し、KW近似の有効性を検証する。対象とする農地は、4筆の圃場とそれらを接続する用排水兼用水路で構成される(図1)。圃場は、2009年の春には麦畑に転換され、圃場全体にわたって溝切りが施されているため、幅1mの一次元開水路とみなして単純化し、圃場部分への降雨は全てこの一次元開水路に流れ込むものとする。また、下流端には限界水深を境界条件として与える。なお、粗度係数 $n$ は圃場部分では0.042、用排水兼用水路においては0.036とする。対象とする農地において、2009年6月22日の夜から23日の朝にかけて降雨があり、農地下流で降雨量を、下流端付近で水深を、それぞれ連続観測した。この降雨量から、先の研究[3]で同定した線型流出モデルにより背低地流域からの流出流量を算出し、これを上流端への流入流量 $Q^*$ とし、両モデルに適用する。また、降雨前は定常状態にあったと仮定し、降雨前の観測水深から定常状態を求め、初期条件とする。

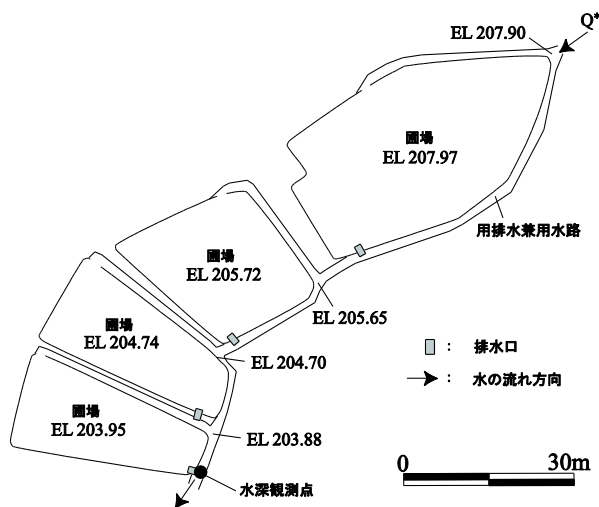


図1：対象とする農地の平面図

Figure 1: Plan view of experimental farmland

数値計算の結果を図2に示す。KW方程式モデルにより得られる水深は、限界水深を与える境界付近において、浅水方程式モデルにより得られる水深より等流水深に近い値となる。そのため、KW方程式モデルにより算出される観測点における水深は、全計算時間にわたり、観測値および浅水方程式モデルによる結果より大きな値となっている。だが、水深の増加幅は、浅水方程式モデルで2.26mm、

KW方程式モデルで2.31mmであり、誤差は2.6%である。また、水深の増加開始からピークに至るまでに要する時間は、浅水方程式モデルで36分、KW方程式モデルで39分であり、誤差は8.3%である。以上より、圃場および用排水兼用水路からなる農地における流出過程に対し、KW方程式モデルは十分な精度を持つと考えられる。

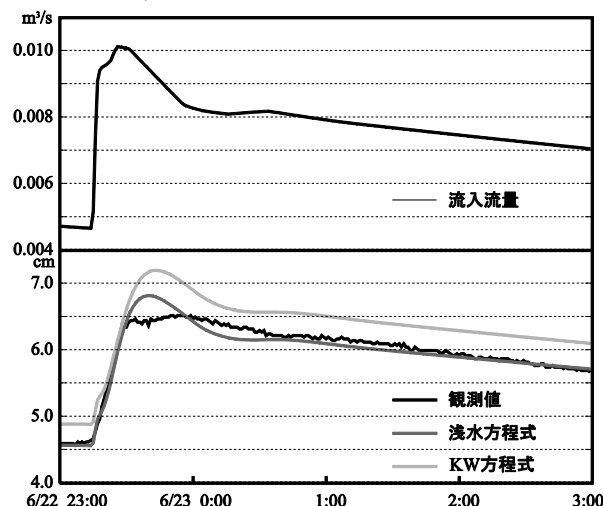


図2：流入流量及び観測点における水深

Figure 2: Inflow discharge and water depth at the observation point

### 4. おわりに

圃場および用排水兼用水路からなる農地における流出過程に対し、一次元開水路流モデルのKW近似の有効性を浅水方程式モデルとの比較により検証した。洪水時の水深の増加幅とピーク時間において、十分な精度を持つことが示された。

### 引用文献

- [1] Moramarco, T., C. Pandolfo, and V.P. Singh (2008): Accuracy of Kinematic Wave and Diffusion Wave Approximations for Flood Routing. II: Unsteady Analysis, *Journal of Hydrologic Engineering*, 13(11), pp. 1089-1096.
- [2] Kazezyilmaz-Alhan, C.M., and M.A. Medina Jr. (2007): Kinematic and Diffusion Waves: Analytical and Numerical Solutions to Overland and Channel Flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(2), pp. 217-228.
- [3] 石田ら(2009): 一次元開水路流モデルを用いた谷津における洪水の解析, 農業農村工学会京都支部第66回研究発表会講演要旨集, pp. 1.19-20.