

CWENO スキームを用いた土質材料の浸透破壊シミュレーション Numerical simulation of seepage failure of soil using CWENO scheme

○辻村康佑*, 藤澤和謙**, 村上 章*

Kousuke Tsujimura, Kazunori Fujisawa, Akira Murakami

1. はじめに

砂の浸透破壊現象では、土粒子間の有効応力が失われ、砂が流動化を始める。このような現象を固体解析によりシミュレートする場合、有効応力の消失によって材料の剛性が小さくなることで、大きな変位の算出に至る。しかし、ラグランジュ的な固体解析の範疇では、大きな変位を伴う流動化した材料の変形過程を追跡することは困難であるため、オイラー的な固体・流体解析により、流動化する固体と流体が混在する状態の数値解析を試みた。本文では解析手法として CWENO スキーム^{1),2)}を用い、簡単な条件下で行った浸透破壊現象の数値解析結果について報告する。

2. 支配方程式及び解析手法

流体及び固体それぞれの連続式と運動方程式は表-1の式(1)~(4)で表わされる。ここに、 t は時間、 n は間隙率、 q_i は浸透流速の x_i 成分、 v_i は土粒子速度の x_i 成分、 p は間隙水圧、 ρ は水の密度、 ρ_s は土粒子密度、 k は透水係数、 g_i は重力加速度の x_i 成分を意味し、式(2)及び式(4)では j について総和規約を用いている。また、間隙水圧 p は式(8)によって関係づけられる。次節に示す解析の初期条件には、浸透流を式(7)のように与えたが、これは限界動水勾配時の浸透流速に対応している。式(1)~(4)に式(6)を代入したものが支配方程式であり、本論では2次元問題を取り扱う。

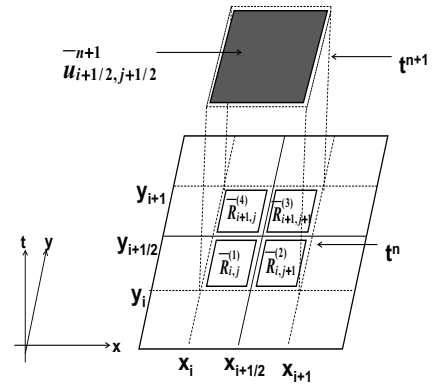


図-1 スタaggerドセルの配置

Figure 1 Arrangement of staggered cells

本論で用いた CWENO スキームは、双曲型の偏微分方程式を解析する手法の1つであり、リーマンソルバーを必要せず、複雑な方程式に対しても適用が可能である。支配方程式を積分するにあたり、 x, y 方向にメッシュサイズ $h = \Delta x = \Delta y$ の正方形セルを用い、そのセル領域を $I_{i,j}$ 、セルの中心を $(x_i, y_j) = (i \Delta x, j \Delta y)$ と定める。セルの取り方を図-1 に示す Δt をタイムステップとし、時間を $t^n = n \Delta t$ と表わす。支配方程式をコントロールボリューム $I_{i+1/2, j+1/2} \times [t^n, t^{n+1}]$ 上で積分すると、式(8)を得る。右辺第一項はスタaggerドセル $I_{i+1/2, j+1/2}$ における $u^n(x, y)$ のセル平均を表している。変数の時間発展を計算する際に、計算格子（計算セル）をずらし、 $I_{i+1/2, j+1/2}$ とすることで、 $(x_i, y_j) \times [t^n, t^{n+1}]$ のセグメントにおいて変数の連続性を保つことができる。そのため、時間積分はそれらのセグメント上の変数値を用いて、求積法による数値積分により求められる。 x, y 軸方向の積分についても求積法による数値積分から算出する。数値積分をする際に必要となる $t^{n+1/2}$ と t^{n+1} における変数値は Runge-Kutta ス

*京都大学農学研究科(Kyoto University), **岡山大学環境生命科学研究科(Okayama University)
浸透破壊 CWENO スキーム 流動化

キームを用いて計算される。

4. 解析条件

解析の対象として鉛直方向の浸透破壊現象を扱った。x 軸方向に 11 個の実セルと左右に 2 個ずつの仮想セルを設定し、y 軸方向に 31 個の実セルと上下 2 個ずつの仮想セルを設定した。セル幅は $h=0.01(\text{m})$ とし、時間幅 Δt は $1.0 \times 10^{-8}(\text{s})$ とする。土及び水のパラメータについては透水係数 $k=1.0 \times 10^{-5}(\text{m/s})$ 、間隙率 $n=0.4$ 、土粒子密度 $\rho_s=2.65(\text{g/cm}^3)$ 、体積圧縮係数 $k_w=1.0 \times 10^{-6}(\text{kPa})$ とする。計算の初期段階として、定常状態の計算が安定的に可能であるかどうかを検証した。土質材料の初期状態について有効応力 $\sigma' = 0$ 、水平・鉛直土粒子速度、水平浸透流速をいずれも 0 とする。底面部における水の密度は限界動水勾配に基づいて式(5)とし、間隙水圧、鉛直方向の浸透流速は式(6)~(7)により決定した。境界条件については、隣り合う実セルの値を代入するが、上下端に設置した仮想セルにおける土粒子速度は鉛直方向及び水平方向ともに 0 とする。上下端仮想セルにおける水圧に関しては、初期状態の値を代入する。

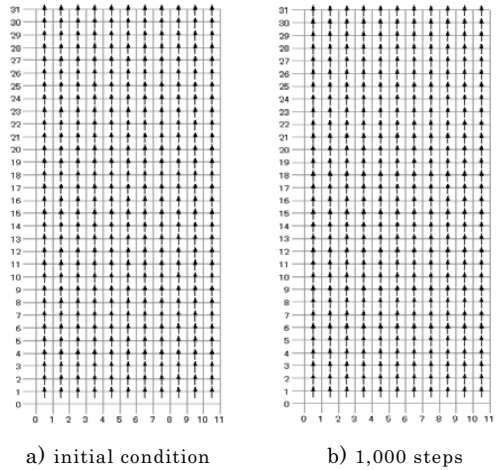


図-2 浸透流速

Figure2 Velocity profile

5. 解析結果および考察

CWENO スキームを用いた鉛直方向のパイピング現象における定常状態の計算結果を示す。計算のステップについては浸透流速が安定するまで計算を行った。浸透流速の値は、1,000 ステップほどで値が収束し安定した。その結果を図-2 に示す。初期状態と比較すると水平方向及び鉛直方向ともにほとんど変化が見られず、初期状態が維持されているため CWENO スキームにより定常状態が表現できたと考えられる。今後は、タイムコストを小さくすることやソース項における有効応力を考慮し、動的なパイピング現象のシミュレーションを可能とする解析手法の開発を行う。

参考文献

- 1) D. Levy, G. Puppo and G. Russo: A fourth-order central WENO scheme for multidimensional hyperbolic systems for conservation laws, *SIAM J. Comput.*, 24 (2): 480-506, 2002. 2) B. Mehmndoust and A.-R. Pishevar: An Eulerian particle level set method for compressible deforming solids with arbitrary EOS, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 79:11

表 - 1 各計算式

Table1 Calculation formulae

$\frac{\partial \rho n}{\partial t} + \frac{\partial \rho q_j}{\partial x_j} = 0$	(1)
$\frac{\partial \rho n q}{\partial t} + \frac{\partial (\rho n q q)}{\partial x_j} = -n \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_j} + \rho n g - \frac{n \rho g}{k} (q - v)$	(2)
$\frac{\partial \rho' (1-n)}{\partial t} + \frac{\partial \hat{p}' (1-n) v_j'}{\partial x_j} = 0$	(3)
$\frac{\partial \rho' (1-n) v_j'}{\partial t} + \frac{\partial (\rho' (1-n) v_j' v_j')}{\partial x_j} - \frac{\partial \hat{p}'_j}{\partial x_j} - (1-n) \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_j} + (1-n) \rho' g + \frac{n \rho g}{k} (v_j - v_j')$	(4)
$\rho = \frac{b}{(a+b) e^{\frac{\sigma - \sigma_0}{K_s}}} - a \quad (a = \rho n g b = \rho (1-n) g)$	(5)
$p = K_s \ln \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + p_0$	(6)
$q_i = k \times \frac{1-n}{n} \times \frac{\rho_i - \rho}{\rho}$	(7)
$u_{i+1/2, i+1/2}^{n+1} = \frac{1}{H^2} \iint_{I_{i+1/2, i+1/2}^{n+1}} u^i(x, y) dx dy - \frac{1}{H^2} \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \int_{y_j}^{y_{j+1}} [f(u(x_{i+1/2}, y, \tau)) - f(u(x_i, y, \tau))] dy \right\} dt$	(8)
$- \frac{1}{H^2} \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \int_{x_N}^{x_N} [f(u(x, y_{j+1}, \tau)) - f(u(x, y_j, \tau))] dx \right\} dt + \frac{1}{H^2} \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \int_{I_{i+1/2, i+1/2}^{n+1}} r(u(x, y, \tau)) dx dy \right\} dt$	(9)