

# 毛管束モデルによる疎水性粒子を含む多孔質媒体の水分保持特性のモデル化 Bundle-of-capillary-tubes model for estimating water retention characteristics of mixture of hydrophilic and hydrophobic particles

○竹内 潤一郎\* · 高橋 拓弥† · 井尻 悠士† · 藤原 正幸\*  
○Junichiro Takeuchi, Takuya Takahashi, Yushi Ijiri, Masayuki Fujihara

## 1 はじめに

撥水性土壌は世界各地で報告されており、低い浸透性や水分保持性などから、土壌保全や農業生産性の観点から改善すべき対象として扱われてきたが<sup>[1]</sup>、近年ではその特性を防湿や透水性の改善などに活用することが考えられている。また、人工的に作成した疎水性粒子を含む多孔質媒体の水理特性やそのモデル化に関する研究がなされている<sup>[2,3]</sup>。

これまで、我々は疎水性粒子を含む多孔質媒体（混合多孔質媒体）のぬれ性や水理特性（水分保持特性、透水性）に関する研究を行ってきており、混合率によって水分保持特性が変化することが分かっている<sup>[4,5]</sup>。ここでは、毛管束モデルを用いて混合多孔質媒体の水分保持特性の再現を行う。

## 2 毛管束モデルによる水分保持特性の推定

毛管束モデルでは、多孔質媒体の間隙を多数の平行な管の集まりとしてモデル化する。本研究では、Wyllie-Gardner (1958)<sup>[6]</sup> が用いたような、管径が区間長  $\Delta z_{ij}$  ごとに变化するタイプのものとする（図1）。各区間は図2のように径が等しい  $N^{ptcl}$  個の円柱から構成されるものとし、区間の内壁の合成接触角は含まれる疎水性粒子の数に応じて Cassie 式を用いて以下のように表されるものとする。

$$\cos \theta_{ij} = \frac{N^{ptcl} - n_{ij}}{N^{ptcl}} \cos \theta^a + \frac{n_{ij}}{N^{ptcl}} \cos \theta^b \quad (1)$$

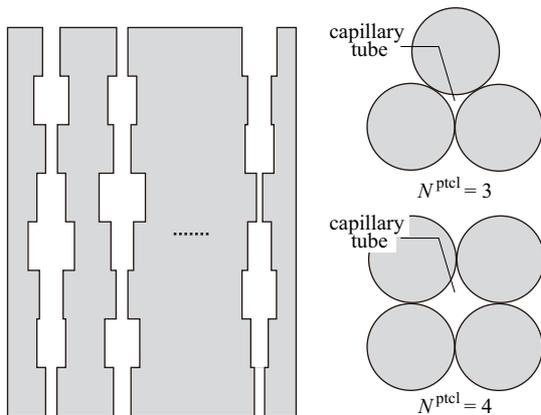


図1：毛管束モデル 図2：毛管と粒子の関係  
Fig.1: Bundle-of-capillary-tubes model Fig.2: Relation of tube and particles

ここで、下付き文字  $ij$  は毛管  $i$  における区間  $j$  を表しており、 $\theta_{ij}$ 、 $\theta^a$ 、 $\theta^b$  はそれぞれ区間の合成接触角、親水性粒子の接触角、疎水性粒子の接触角であり、 $n_{ij}$  ( $= 0, 1, \dots, N^{ptcl}$ ) は区間に含まれる疎水粒子の数である。 $n_{ij}$  がどの値をとるかは、多孔質媒体に含まれる疎水性粒子の混合率を  $p$  とすると、以下のような二項分布で表される確率による。

$$P(n_{ij}) = N^{ptcl} C_{n_{ij}} p^{n_{ij}} (1-p)^{N^{ptcl}-n_{ij}} \quad (2)$$

次に、毛管の各区間に毛管上昇位  $h_{ij}$  を以下のように定める。

$$h_{ij} = \frac{\sigma \cos \theta_{ij}}{\rho g R_{ij}} \quad (3)$$

ここで、

$$R_{ij} = \frac{A_{ij}}{l_{ij}} \quad (4)$$

であり、 $\sigma$  は水の表面張力、 $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力加速度、 $R_{ij}$  は毛管の径深、 $A_{ij}$  は断面積、 $l_{ij}$  は潤辺である。毛管の断面が円形とすると  $R_{ij} = r_{ij}^c/2$  ( $r_{ij}^c$  は円管の半径) であり、図2の  $N^{ptcl} = 3$  の場合は、 $R_{ij} = (2\sqrt{3} - \pi)r_{ij}^p/2\pi$  ( $r_{ij}^p$  は粒子の半径) となる。

多孔質媒体のマクロな特性である水分保持特性は、毛管の下端に圧力  $p_w^b$  をかけた際の個々の毛管における界面が釣り合う高さを求め、以下のようにある圧力水頭  $\psi$  におけるすべての毛管の断面積を積算することによって推定を行う。

$$s_w(\psi) = \frac{\sum_{i=1}^{N^{tube}} w_i(z) A_i(z)}{\sum_{i=1}^{N^{tube}} A_i(z)} \quad (5)$$

ただし、

$$\psi = \frac{p_w^b}{\rho g} - z, \quad w_i(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \leq z^s \\ 0 & \text{if } z^s < z \end{cases} \quad (6)$$

であり、 $s_w$  は飽和度、 $\psi$  は圧力水頭、 $N^{tube}$  は毛管数、 $z$  は毛管の下端からの高さ、 $A_i(z)$  は高さ  $z$  にお

\*京都大学大学院農学研究科 Graduate School of Agriculture, Kyoto University

†京都大学農学部 Faculty of Agriculture, Kyoto University

キーワード：接触角，排水過程，浸潤過程，混合率

ける毛管の断面積であり、 $A_{ij}$  を変数  $z$  を用いて表したものである。 $w_i(z)$  は  $z$  が界面の位置  $z^s$  より上か下かを示す係数である。

界面の位置は毛管上昇位と界面における圧力水頭との関係で決まる。すなわち、排水過程では初期に界面は毛管の上端にあるとし、以下の関係を最初に満たす位置まで界面は低下する。

$$h_i(z) \geq -\psi(z) \quad (7)$$

浸潤過程では、初期に界面は毛管の下端にあるとし、以下の関係を最初に満たす位置まで界面は上昇する。

$$h_i(z) \leq -\psi(z) \quad (8)$$

### 3 適用例

#### 3-1 混合多孔質媒体の水分保持特性

粒径 0.2mm のガラスビーズにオクタデトリクロロシラン (OTS, octadecyltrichlorosilane,  $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{17}\text{SiCl}_3$ ) を用いて表面を疎水性にしたものを用意し、元のガラスビーズとの質量混合率が 0%, 25%, 50%, 75%, 100% の試料を作成する。その際、試料を充填する時の密度は  $1.58 \text{ g/cm}^3$  とする。飽和状態からの排水過程と乾燥状態の試料への浸潤過程に関する水分保持特性を土柱法で測定する。

#### 3-2 計算条件

毛管の区間長  $\Delta z$  を 0.2mm とし、全長を 80 cm とする。全毛管数  $N^{\text{tube}}$  は 2500 本とする。親水性粒子の接触角は  $45^\circ$ 、疎水性粒子の接触角は  $108^\circ$  とし、管を構成する 3 つの粒子内の疎水粒子の数は二項分布に従って乱数を用いて生成する。ここでは、毛管の断面積は円形であるとし、管の等価半径はネットワークモデルを用いた飽和透水係数の推定結果 [7] を参考にして、半径  $40 \mu\text{m}$  標準偏差  $6 \mu\text{m}$  の正規分布に従うものと仮定し、Box-Muller 法を用いて生成する。排水過程ではモデルの下端に  $10 \text{ cmH}_2\text{O}$  の圧力をかけ、浸潤過程では  $40 \text{ cmH}_2\text{O}$  とする。

#### 3-3 結果

上述の毛管束モデルで水分保持特性を計算した結果と対象としたガラスビーズの測定結果を図 3, 4 に

示す。いずれの図においても、疎水性粒子の混合率に応じて水分保持曲線が変化しており、混合率 100% の排水過程 (図 3) 以外はおおむね傾向を再現できていることが分かる。

OTS で処理したガラス平板の接触角は  $123.9^\circ$  であり、計算で用いた疎水性粒子の接触角  $108^\circ$  より大きな値となっている。これは、疎水性粒子同士が接触している付近の隙間に、空気が残留していることを示唆している。ここでは親水と疎水の 2 種類の表面が存在するとして Cassie 式から毛管の合成接触角を推定したが、第 3 の成分として残留空気を考慮した推定式を採用する必要があると考えられる。

また、混合率 100% の排水過程において、測定結果では負圧で排水されているのに対し、推定結果では正圧で排水されている。これは、実際の多孔質媒体は、本モデルのように間隙は上下方向のみに繋がっているのではなく、様々な方向に繋がっており、始めにその中の比較的大きな間隙を通じて水は排水されるため、間隙に下端に接続しない残留水が発生していると考えられる。このような効果を考慮できるネットワークモデルに改良していく必要がある。

### 4 まとめ

管径が変化する毛管束モデルを用いて、疎水性粒子を含む多孔質媒体の水分保持特性を推定するための定式化を行った。粒径 0.2mm のガラスビーズを OTS を用いて処理した疎水性粒子を様々な混合割合で含む多孔質媒体を対象試料として、本モデルを適用した。毛管の合成接触角の推定式など課題が残るものの、推定結果は測定結果と同様の傾向を再現することができ、本モデルの有効性を示した。

### 参考文献

- [1] DeBano (2000), J.Hydrol., 231-232, pp.4-32. [2] Ustohal *et al.* (1998), J.Contam.Hydrol., 33, pp.5-37. [3] 安中 (2006), J.Jpn.Soc.Soil Phys., 102, 79-86. [4] 竹内ら (2011), H23 農業農村工学会大会講演要旨集, pp.164-165. [5] 高橋ら (2012), H24 応用水理研究部会講演集, pp.86-89. [6] Bear (1988), Dynamics of Fluids in Porous Media, Dover Pub., pp.162-165. [7] 井尻ら (2012), H24 応用水理研究部会講演集, pp.92-93.

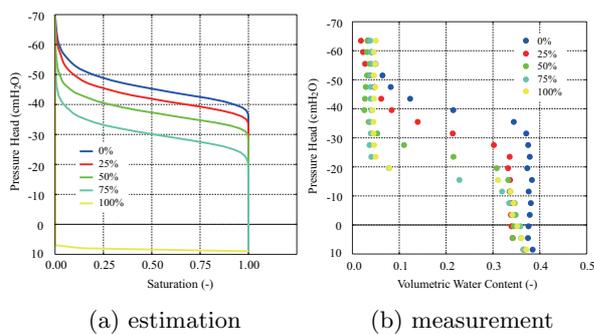


図 3 : 排水過程  
Fig.3: Drainage process

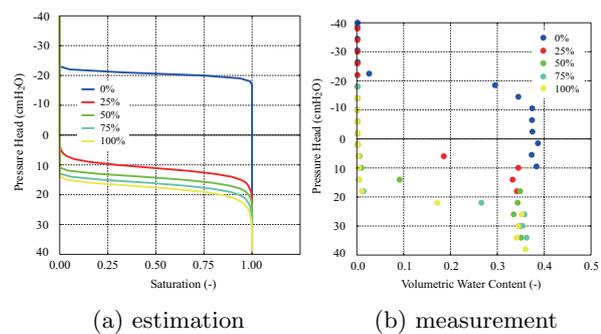


図 4 : 浸潤過程  
Fig.4: Wetting process