

欠測値があるもとの地盤挙動を対象としたデータ同化  
Data assimilation of ground behavior under missing observations

○増谷 優\*, 村上 章\*, 新村隼人\*\*

Yu Masutani, Akira Murakami, Hayato Shimmra

1. はじめに

設計・施工管理をする上でシミュレーションによる地盤挙動予測を行う場合、地盤パラメータの適切な設定が必要となる。粒子フィルタ(PF)を用いたデータ同化<sup>1)2)</sup>では、こうしたパラメータが未知であっても、地盤挙動の観測値に基づいて推定することで、予測シミュレーションの精度を向上させることができ、実際に水～土連成有限要素解析による要素試験シミュレーションにPFを適用することで、その有効性が実証されている。しかし、PFには用いる観測値が欠けている場合にパラメータの同定精度が劣る、パラメータ同定に大きく影響する観測ノイズの分散共分散行列 $R_t$ について、適切に決定する方法が確立されていないといった問題がある。そこで本文では、EM アルゴリズム<sup>3)</sup>をPFに組み合わせることで、不完全な観測データに基づいて分散共分散行列 $R_t$ を最尤推定する手法を提案した。

2. 三軸 CD 要素試験シミュレーションに対するデータ同化

弾塑性モデルに対するPFの適用性を検討するため、完全データを仮定して、有限要素解析コード(DACSAR)を用いた、正規圧密粘土三軸 CD 試験の軸圧縮過程を想定した数値解析を行った。図-1 に解析に用いたモデルの概要図を示す。未知とするパラメータとしては、EC モデル<sup>4)</sup>における降伏曲面の形状を定める $n_E$ と透水係数 $k$  (m/day)を選定した。ここでは粒子数を200とし、一様乱数として精度が良いとされるメルセンヌ・ツイスタ法<sup>5)</sup>により $1.0 \leq n_E \leq 2.0$ ,  $1.0 \times 10^{-5} \leq k \leq 1.0 \times 10^{-3}$ の範囲で粒子を作成した。また、観測とシミュレーションモデルの差によって定義される観測ノイズの分散共分散行列 $R_t$ に関しては、見込まれる最大変位量を $S$ とし、 $R_t = (0.1S)^2$ としている。作成した粒子に基づいて、三軸 CD 要素試験シミュレーションを行い、真値として $n_E = 1.2$ ,  $k = 2.03 \times 10^{-4}$  (m/day)を用いて、PFによるデータ同化を実施した。

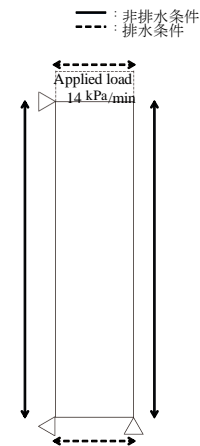


図-1 解析モデル

PFによって同定されたパラメータの経時変化を図-2 に示す。 $n_E$ ,  $k$ ともに真値に収束していることから、PFは仮想的な観測データに基づいて弾塑性モデルを同定することが可能といえる。

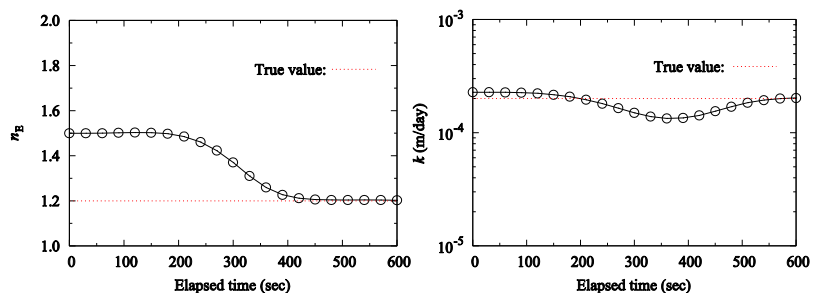


図-2 同定パラメータの経時変化

しかし、実際の地盤問題では完全な観測値を得ることが困難な

場合があり、そのような時にはPFによってパラメータを適切に同定することはできない。また、観測値とシミュレーションとの信頼性を規定する $R_t$ についても、パラメータ同定精度に大きく影響するにも関わらず値を決定する方法が確立されていない。こういった問題に対処し、実地盤の挙動を精度よく表現するために、EM アルゴリズムを取り入れることで $R_t$ を最尤推定し、欠測値を補完することを提案した。

\*京都大学農学研究科 Kyoto University \*\*NTT データシステム技術 NST: EM アルゴリズム データ同化 粒子フィルタ

### 3. EM アルゴリズム<sup>3)</sup>

EM アルゴリズムは、完全なデータに対する最尤法を基礎にして、反復法により、不完全な観測データに基づくパラメータの最尤推定を行う方法であり、一般的にはEステップとMステップの2つの手順で定式化される。まずEステップでは、完全な観測  $y = (y_{mis}, y_{obs})$  が得られたと想定し、完全データに基づく対数尤度関数について、適当なハイパーパラメータの推定値  $\theta$  を用いてその条件付き期待値を計算する。その関数は次式で表される。

$$Q(\theta_i, \theta) = E[\log f(y | \theta) | y_{obs}, \theta_i] \tag{1}$$

$$= \int \log f(y | \theta) f(y_{mis} | y_{obs}, \theta_i) dy_{mis}$$

さらに、MステップではEステップで得られた式(1)の  $Q$  関数を  $\theta$  に関して最大化にし、 $\theta^*$  とする。このEステップとMステップの計算を収束条件が満足するまで繰り返すことにより、観測されていない欠測値がある場合においても  $\theta$  を最尤推定することが可能となる。

$Q$  関数を粒子で近似をすることで、EM アルゴリズムをPFの枠組みで用い、欠測値があるもとでも精度よくパラメータを同定するための手法を示す。図-3はその概要である。欠測値が存在する時刻 ( $t = s_1, \dots, s_\beta$ ) において、PFの過程で得られる平滑化分布から、欠測値の分布を推定することで擬似的な完全データを作成する。この欠測値分布を含む尤度関数の期待値 ( $Q$  関数) を計算し(Eステップ)、 $Q$  関数を最大にするモデルパラメータ  $\theta$  を求

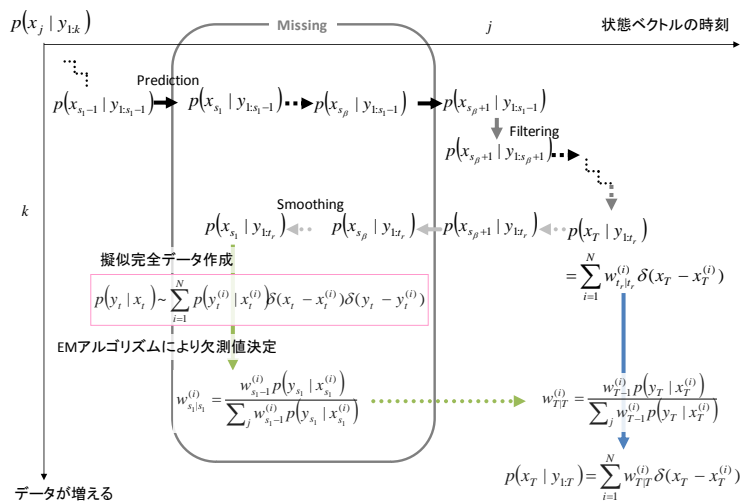


図-3 PFと欠測値の補完

める(Mステップ)。反復法により、得られた  $\theta^*$  と欠測値分布から、欠測値 ( $y_{s1}, \dots, y_{sj}$ ) を決定し、 $t = 1, \dots, T$  における尤度を修正、更新する。

### 4. おわりに

観測されているデータだけでは適切な値に同定できない場合に、EM アルゴリズムとPFを組み合わせる手法を提案した。この手法を用いて擬似的にデータを完全化し、反復法によりハイパーパラメータ  $\theta$  を求め、得られた  $\theta$  を用いて欠測値を補完することで、パラメータの同定精度が向上する。この手法を実地盤に適用することで、観測機器設置のコスト削減にもつながると考えられる。今後はECモデル(DACSAR)による水～土連成有限要素解析による要素試験シミュレーションに当てはめ、ハイパーパラメータとして  $R_t$  を採用し、本手法の適用性を検討する。

#### 参考文献

- 1) 珠玖隆行, 村上 章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸: 粒子フィルタによる神戸空港島沈下挙動のデータ同化, 応用力学論文集, 13, 99-105, 2010.
- 2) Shuku, T., Murakami, A., Nishimura, S., Fujisawa, K. and K. Nakamura: Data assimilation for experimental behavior of soil deposit by the particle filter, *Soils and Foundations*, 52(2), 279-298, 2012.
- 3) Ueno G: Maximum likelihood estimation of error covariances in ensemble-based filters and its application to a coupled atmosphere-ocean model, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 136, 1316-1343, 2010.
- 4) 大野進太郎, 飯塚 敦, 大田秀樹: 非線形コントラクション表現式を用いた土の弾塑性構成モデル, 応用力学論文集, 9, 407-414, 2006.
- 5) Matsumoto, M. and Nishimura, T: Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, *ACM Transaction on Modeling and Computer Simulations: Special Issues on Uniform Random Number Generation*, 1-25, 1998.