

フェーズフィールド法を用いた浸透による地盤侵食解析法の開発  
Development of soil-water boundary tracking due to seepage erosion by phase-field method

○坂井孝太郎 藤澤和謙 村上 章

SAKAI Kotaro, FUJISAWA Kazunori and MURAKAMI Akira

1. はじめに 浸透流による土の内部侵食を解析する方法について考える。浸透による土の流亡現象は、土の内部を流れる浸透流がその流体力によって土粒子を動かし、流出させることで発生する。土中の侵食が生じると、水みちや空洞が形成され、フィルダムやため池に代表される水利構造物の脆弱化が引き起こされる可能性がある。このような場合、土粒子の移動開始を把握するだけでは、脆弱化がどれほど深刻になり得るのかを知るのに不十分であり、どのように水みちや空洞化が進展していくのかを予測することは重要な課題の一つとなる。

本文の目的は、土構造物や地盤の内部表面が侵食によって変化する様子を数値的に予測することにある。侵食の進展を予測する際には、侵食界面の形状変化を正確に表現する方法が必要となる。そこで、侵食界面の形状変化を表わす方法として、界面追跡法の一つであるフェーズフィールド法<sup>1)</sup>を用いる方法を提案する。簡単な地盤侵食解析に流体計算およびフェーズフィールド法を用いた解析例を示し、地盤侵食解析への適用性について検討する。

2. 解析手法 (フェーズフィールド法+流体計算)

フェーズフィールド法は凝固や融解、微粒子成長などの複雑な材料組織形態の時間変化を比較的容易に、かつ精度よくシミュレートすることのできる界面追跡法である。本手法は異なる2相の境界部分に対して、図1の網掛け部のようにハイパボリックタンジェントのプロファイルを持つようなフェーズフィールド変数 $\phi$ を定義し、その値によって界面の位置を決定する。

本文で用いるフェーズフィールド法はSunら<sup>2)</sup>の方法を参考にする。本手法は、通常フェーズフィールド法に自然に含まれる曲率の影響を打消し、界面自体の移流速度を与えることで界面移動を解析できる手法である。次に示すフェーズフィールド変数 $\phi$ の時間発展方程式を差分法で解くことで、侵食界面の移動をコンピュータで解析する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + a|\nabla \phi| = b \left[ \nabla^2 \phi + \frac{\phi(1-\phi^2)}{W} - |\nabla \phi| \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] \quad (1)$$

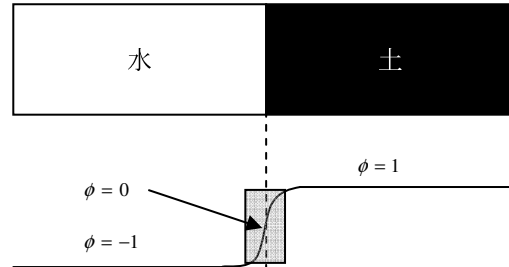


図1 フェーズフィールド法の概要  
Concept of phase-field method

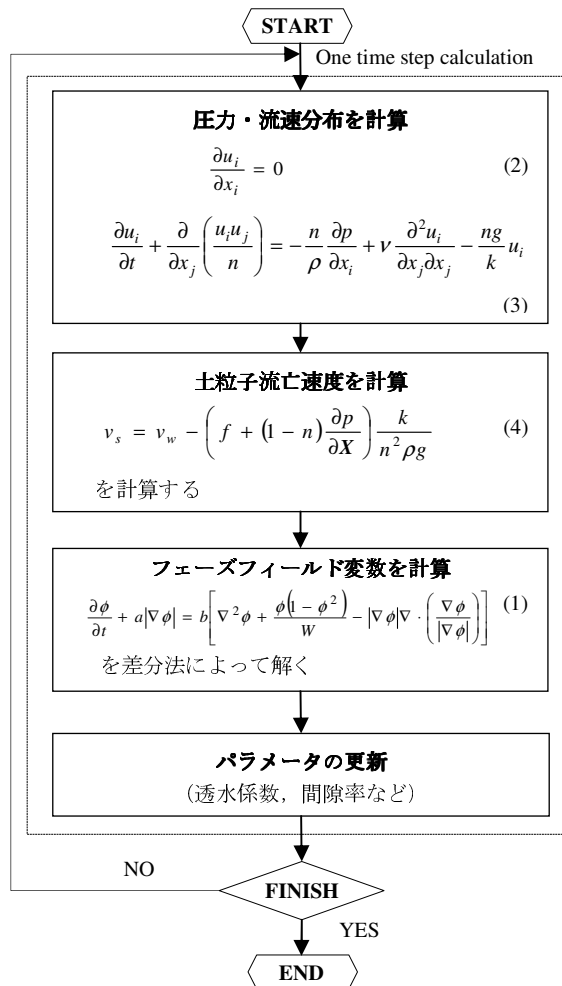


図2 数値解析のフローチャート  
Flow of numerical analysis

ここに、 $\phi$  : フェーズフィールド変数,  $t$  : 時間,  $a$  : 界面の垂線方向の移動速度,  $b$  : 曲率係数, 京都大学農学研究科 Graduate School of Agriculture, Kyoto University キーワード: 侵食, フェーズフィールド法, 流体計算

$W$  : フェーズフィールド変数のハイパボリックタンジェントのプロファイルである。フェーズフィールド変数を土の領域で  $\phi > 0$ , 水の領域で  $\phi < 0$ , 土と水の界面を  $\phi = 0$  と定義する。

次に示す Darcy-Brinkman 式<sup>3)</sup>を用いて水中および土中における流体計算を行う。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{u_i u_j}{n} \right) = -\frac{n}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{ng}{k} u_i \quad (3)$$

ここに,  $u_i$  : 水の流速,  $x_i$  : 直交座標,  $n$  : 間隙率,  $\rho$  : 水の密度,  $p$  : 水圧,  $\nu$  : 水の粘性係数,  $g$  : 重力加速度,  $k$  : 透水係数である。式(2)および(3)から水圧および流速の分布を有限体積法により計算する。得られる水圧および流速から式(4)によって土粒子の流出速度を計算する。

$$v_s = v_w - \left( f + (1-n) \frac{\partial p}{\partial X} \right) \frac{k}{n^2 \rho g} \quad (4)$$

ここに,  $v_s$  : 土粒子速度,  $v_w$  : 水の浸透流速,  $f$  : 土粒子の抵抗力,  $X$  : 界面に垂直な座標であり, 式(4)は界面垂直方向の土粒子と浸透水との相互作用を表わす関係式<sup>4)</sup>である。 $v_s$ は界面の移動を表わす式(1)では  $a$  に対応する。

**3. 解析例** 図2に示す数値解析のフローチャートに従って簡単な解析を行った。図3に解析対象となる水平に設置された長方形の水および土塊のメッシュ (1500 要素, 1661 節点) を示す。左端

に様に  $0.0016 \text{ m/s}$  の流速を与え, 右端の水圧は  $0 \text{ kPa}$  とし, 全相上下面は非排水条件として左から右へと流れる浸透流によって侵食を生じさせる。土塊の初期間隙率を  $0.5$ , 初期透水係数を  $0.001 \text{ m/s}$  とした。図4および図5に, 計算結果の水・土境界の位置 ( $\phi = 0$  の位置) と水圧の経時変化を示す。図4から侵食による土塊の形状変化が右から左へと進む様子が分かる。また, 図5では2つの水相の圧力差が小さくなっている。浸透流の圧力変化と侵食形状変化の両方が首尾よく表現されることが分かる。

**4. 結論** 流体計算にフェーズフィールド法を組み合わせることで, 侵食による流体性質および表面形状の変化を数値的に予測できることを実践した。今後, 複雑な地盤侵食解析に本手法を適用し, 実験データと照らし合わせることで本手法の適用性をさらに検討する。

**参考文献** 1)高木知弘, 山中晃徳 (2012) : フェーズフィールド法—数値シミュレーションによる材料組織設計—, 養賢堂, p.30. 2)Sun, Y. and Beckermann, C. (2007) : Sharp interface tracking using the phase-field equation, *Journal of Computational Physics*, **220**, 626-653. 3)Le Bars, M., and Grae Worster, M. (2006) : Interfacial conditions between a pure fluid and a porous medium: implications for binary alloy solidification, *J. Fluid Mech.*, **550**, 149-173. 4)藤澤和謙, 西村伸一, 中谷亜友美, 村上 章 (2012) : 上向き浸透流による浸透破壊時の砂粒子の移動速度, *農業農村工学会論文集*, **80(5)**, 409-416.

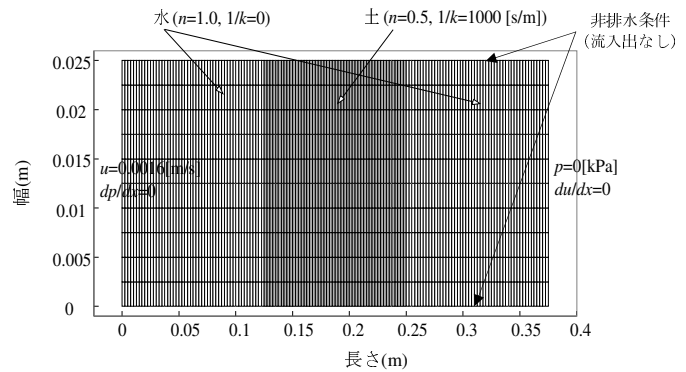


図3 境界条件  
Boundary condition

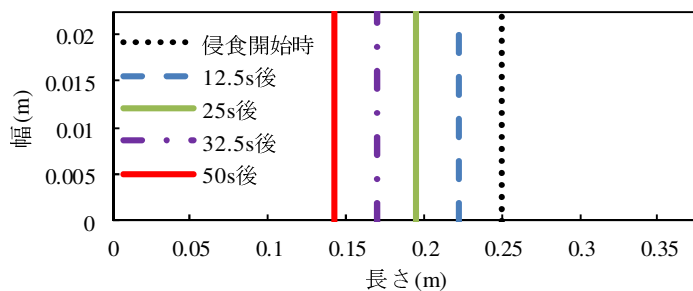


図4 水・土境界の位置変化  
Change of soil-water boundary

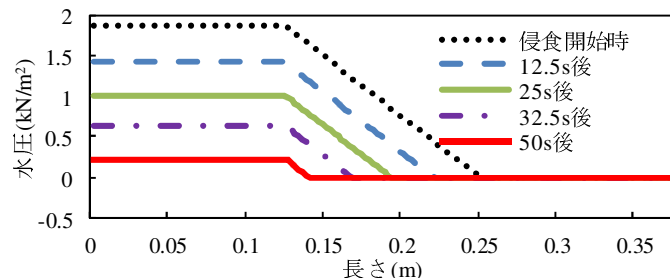


図5 水圧分布の時間変化  
Change of pressure distribution