地表流における輸送現象のモデル化とその展望
Modelling Transport Phenomena in Surface Water Flows and Its Perspectives

○吉岡 秀和 [1,2]・宇波 耕一 [1]・藤原 正幸 [1]
○Hidekazu Yoshioka[1,2], Koichi Unami[1], and Masayuki Fujihara[1]

1. はじめに

農地を取り巻く水理・水文環境の定量評価においては，数理モデルの適用が有効である．こうした場合，まず理論則や経験則に立脚した支配方程式を導出し，その求解を行うこととなる．とくに水理学においては，古典力学や統計力学の範疇で導出された支配方程式により現象の記述がなされることが多い．その際，個々の方程式の適用限界に関しては必ずしも明確化されてはいない．また，実問題における重要性が認識されてはいるものの，理論則に立脚した精緻な定式化が不十分である現象も散見される．以下では，著者らがこれまで取り組んできた研究を中心として，水理学やそれに関連した研究分野における未解決課題とそれらの進展状況，今後の展望について論じる．本稿ではとくに，地表水の流動とそれに付随する溶質輸送を記述する空間低次元 (断面平均 1 次元または水深平均 2 次元) の数理モデルに焦点を当てる．

2. 地表水の流動

地表水の流動は，水の非圧縮性および浅水流近似に基づいた支配方程式により合理的に記述されることが知られている．河川や農業用排水路網の流れ解析に対しては断面平均 1 次元モデルが，内湖や農業用ため池などの閉鎖性浅水域の流れ解析に対しては水深平均 2 次元モデルが用いられることが多い．実問題では，前者における水路分合流点の取り扱いが古典力学との整合性ならびに効率性の観点から大きな問題となる．既往研究では，半経験的な内部境界条件モデルの提案およびその水理実験による検証がなされているが，特定の分合流交差角に対応したものが大半を占める[1, 2]．Yoshioka *et al.* [3] は運動量の非増加性に注目し，任意の交差角を有する分合流点に対する運動量フラックス分配則の提案，その有限体積法への実装，水理実験結果との比較を行っている．感潮河川網や農業用排水路網を対象とした流れ解析への適用もなされている[4]．しかしながら，分合流点の近傍にゲートなどの水理構造物が存在する場合の流れなど，より複雑な実問題への拡張が課題として残されている．

流れ解析においては，水路床や側岸に繁茂する植生帯[5]のモデル化も重要性が高い．植生帯は，正味の水路断面積を減少させるとともに流れ場中の運動量を減衰させる．後者のモデル化に関しては，空間 3 次元における輸送方程式の完結問題として浅水流モデルを演繹的に導出する手法[5]や，マニングの摩擦勾配公式との相似性を仮定する手法[6]など，様々な手法が提案されているが，未だに統一的な手法は存在しない．これまでに提案されたほとんどのモデルでは，壁面に作用する摩擦応力と植生抵抗力の加法性が陰的に仮定されている．しかしながら，この仮定は決して自明な物理的根拠に基づくものではない．Yoshioka *et al.* [7]は，断面平均 1 次元の拡張浅水流方程式 (1-D ESWEs)

$$\phi_\eta \frac{\partial A}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial\left(\phi_A Q\right)}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial\left(\phi_A Q\right)}{\partial t} + \frac{\partial\left(\phi_A F\right)}{\partial x} + gA\left(\phi_A \frac{\partial \eta}{\partial x} + \phi_A S_{\mathrm{f}} + S_{\mathrm{v}}\right) = 0 \tag{2}$$

を提案している．ここに，t は時刻，x は水路に沿った局所 1 次元座標，g は重力加速度，η は水位，A は水路断面積，Q は流量，F は運動量フラックス，S_{f} は摩擦勾配，S_{v} は無次元植生抵抗力である．また，ϕ_η および ϕ_A は既往の浅水流モデルには含まれない物理量であり，それぞれ水面および水路断面における水の存在割合を示す．S_{v} に関しては，半経験的公式

$$S_{\mathrm{v}} = \frac{\min\left\{h, h_{\mathrm{e}}\right\}}{h}\frac{C_{\mathrm{d}} a Q\left|Q\right|}{2gA^2} \tag{3}$$

が採用されている．ここに，h は水深，h_{e} は有効植生高さ，C_{d} は抵抗係数，a は植生密度である．1-D ESWEs の水深平均 2 次元版が Takagi *et al.* [8]により提案され，閉鎖性水域における吹送流解析に適用されている．1-D ESWEs によれば，摩擦応力と植生抵抗力の二重評価問題[7]が改善されるものの，その根本的な解決には至らない．また，植生が柔軟または沈水性である場合には，鉛直方向の質量および運動量輸送が増大

[1] 京都大学大学院農学研究科 (Graduate School of Agriculture, Kyoto University)
[2] 日本学術振興会特別研究員 (Research Fellow of the Japan Society for Promotion of Science)
キーワード; 地表水，流体輸送，溶質輸送

し，抵抗係数 C_d や有効植生高さ h_e が大きく変化する．水位や流量，植生の種類を固定した条件下での水理実験により S_v が含むパラメータの定性的な挙動に関する知見が得られているが[9, 10]，それらの不確実性は大きく，実問題への適用例はほとんどない．流れと植生の相互作用に関する，より詳細な理解が上述のモデル化手法発展のために必要であるものと考えられる．

3. 溶質輸送

地表流における溶質輸送は，移流分散減衰方程式 (ADDE) により記述されることが多い. ほとんどの既往研究では，熱輸送現象との相似性を仮定したフィック型の静的な勾配則に基づいた ADDE が用いられている．また，溶質粒子のラグランジュ的な輸送現象を連続時間確率過程の観点からモデル化すれば，溶質濃度の支配方程式は保存型 ADDE，溶質粒子の統計的ダイナミクス (水域内における粒子の滞留時間やその各次統計的モーメント等) の支配方程式は非保存型 ADDE で与えられることが知られている[11, 12]. ADDE は, 放物型方程式に属する．すなわち，擾乱伝播速度が無限大となる物理的な欠陥を包含する．さらには，Spydell and Feddersenn [13]の解析結果が示唆するように，ADDE は十分大きな時間スケールを対象とした場合にのみ妥当性を有する．このことは，溶質濃度の定点観測を行った場合に生じる実測結果と ADDE による予測結果の定性的な差異からも伺い知ることができる[14]．上述した ADDE の欠点を克服することを目的として，Yoshioka *et al*. [15]は溶質粒子のラグランジュ的な挙動を支配する非マルコフ型の連続時間確率過程モデルに基づき，漸近展開を介して双曲型の溶質輸送方程式 (HLD モデル)

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(QC+q)+RAC=0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(d^2AC+\frac{Q}{A}q\right)+(R+\psi)q=0 \tag{5}$$

を導出している．ここに，C は断面平均された溶質濃度，q は拡散フラックス，R は溶質の反応係数，d は断面平均流速の標準偏差，ψ は断面平均流速の減衰特性である．本モデルでは，質量保存則(4)を動的な拡散フラックスの輸送方程式(5)と連成することで溶質輸送現象が記述されている．減衰特性 ψ は，摩擦応力や植生抵抗力と陽的に関連付けられる．また，時空間的に一様な流れ場を仮定した場合には，ADDE に含まれる分散係数 D がパラメータ d および ψ により $D=d^2\psi$ と無限時間経過後の極限において陽的に表現される[15]．本モデルは擾乱伝播速度の有限性を保証し，ADDE を緩和双曲系における緩和時間無限小の極限[16]として捉える．加えて，潮汐などの周期変動が卓越する流れ場で生じうる負の分散係数が, HLD モデルに付随するふたつの固有値 $\lambda_\pm = QA^{-1}\pm d$ の符号から説明できるものと考えられる．本モデルの解の挙動に関しては，仮想的な 1 次元領域および農業用排水路網を対象とした数値シミュレーションにより検討がなされている[12]．本モデルの実問題への適用に関しては，精緻なパラメータ同定手法の開発や実測値を用いた妥当性の詳細な検討が必要ではあるが，ADDE とは異なる理論に立脚したより適用対象の広い数理モデルとして機能することが期待される．

4. おわりに

地表水の流動や付随する溶質輸送に焦点を当て，水理学における未解決課題について概観した．本稿で概観した課題は，空間低次元のモデルを導出する際に特有の完結問題として位置付けられる．現象記述の簡潔性を損なわないより合理的な数理モデルを開発するためには，3 次元的な現象のより深い理解とその極端な単純化を避けた物理的考察が必要不可欠であるものと考えられる．

謝辞:本研究は日本学術振興会の特別研究員奨励費 (課題番号 25・2731) による援助を受けた．

引用文献 [1] Ghostine *et al*. (2009) *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 61(7), pp. 752-767. [2] Kesserwani *et al*. (2010) *J. Hydraul. Eng*., 136(9), pp. 662-668. [3] Yoshioka *et al*. (2014) *J. Rainwater Catch. Syst*., 19(2), pp. 25-33. [4] Yoshioka *et al*. (2013) *Proc. CFD2013*, Paper No. B07-01, pp. 1-10. [5] Nepf (2012), *Ann. Rev. Fluid Mech*., 44, pp. 123-142. [6] Fathi-Moghadam *et al*. (2011) *J. Hydraul. Eng*., 16(11), pp. 858-864. [7] Yoshioka *et al*. (2014) *Proc. COMPSAFE2014*, pp. 233-236. [8] Takagi *et al*. (2014) *Proc. COMPSAFE2014*, pp. 237-240. [9] Huai *et al*. (2013) *J. Hydraul. Res*., 51(6), pp. 708-718. [10] Nikora *et al*. (2013) *J. Hydraul. Eng*., 139(10), pp. 1021-1032. [11] Yoshioka and Unami (2013), *Prob. Eng. Mech*., 31, pp. 30-38. [12] 吉岡ら (2013), 土木学会論文集 A2, pp. I_59-I_71. [13] Spydell and Feddersenn (2012) *J. Fluid Dyn*., 691, pp. 69-94. [14] Romanowicz *et al*. (2013) *Acta Geophys*., 61(1), pp. 98-125. [15] Yoshioka *et al*. (2014) *Proc. ISEH2014*, pp. 159-162. [16] Liu (1987) *Commun. Math. Phys*., 108(1), pp. 153-175.