

CWENO スキームを用いた浸透による土質材料の流動化シミュレーション Numerical Analysis of Fluidization of Sandy Materials Induced by Seepage Flow with CWENO Scheme

辻村康佑*, ○藤澤和謙*, 村上 章*, 坂井孝太郎*

Kosuke TSUJIMURA*, Kazunori FUJISAWA*, Akira MURAKAMI* and Kotaro SAKAI*

1. はじめに

砂の浸透破壊現象では、固体としての砂は水の浸透力により有効応力を失い流動化を始めることで流体のような挙動を示す。この現象を数値解析する場合、ラグランジュ的な固体解析では、大きな変位を伴う流動化した材料の変形過程を追跡することは困難である。また、破壊後の大きな変形挙動を追うために破壊後の土をオイラー的な流体解析によって行う場合には、破壊後の計算しかできない。そこで、オイラー的な数値解析手法を用いて固体解析を行うことで、固体から流体へと変化する土の状態を数値解析することを試みた。本文では解析手法としてCWENOスキーム^{1),2)}を用いて行った二次元土粒子流出現象の数値解析結果について報告する。

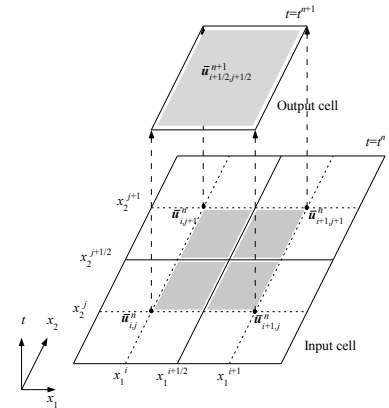


図1 スタaggerドセルの配置

2. 支配方程式

浸透破壊現象の数値解析を行うにあたり、浸透水及び砂粒子それぞれについて連続式と運動方程式を立て、慣性項をオイラー表記すると、以下の式(1)~(4)の偏微分方程式で表される支配方程式を得る

$$\partial(1-n)/\partial t + \partial(1-n)v_i/\partial x_i = 0 \quad (1)$$

$$\rho_s \{ \partial(1-n)v_i/\partial t \} + \rho_s \{ \partial(1-n)v_i v_j/\partial x_j \} = -\partial\sigma'_{ij}/\partial x_j - (1-n)\partial p/\partial x_i + \rho_s(1-n)g_i + n^2 \rho g(q_i - v_i)/k \quad (2)$$

$$\partial \rho n/\partial t + \partial \rho n q_i/\partial x_i = 0 \quad (3)$$

$$\partial \rho n q_i/\partial t + \partial \rho n q_i q_j/\partial x_j = -n \partial p/\partial x_i + \rho n g_i - n^2 \rho g(q_i - v_i)/k \quad (4)$$

ここに、 t , n , q , v , p , ρ , ρ_s , k , g_i , σ'_{ij} は時間、間隙率、浸透流速、土粒子速度、間隙水圧、水の密度、土粒子密度、透水係数、重力加速度、有効応力を表す。また、有効応力については弾完全塑性の構成式に下負荷面を導入して、増分計算を行う。その時間発展方程式は、弾塑性係数テンソル D_{ijkl}^{ep} 及びスピンテンソル ω_{ij} を用いて、以下のように記述される。

$$\partial \sigma'_{ij}/\partial t + \partial \sigma'_{ij} v_k/\partial x_k = D_{ijkl}^{ep} (\partial v_k/\partial x_l + \partial v_l/\partial x_k)/2 + \sigma'_{ij} (\partial v_k/\partial x_k) + \omega_{ik} \sigma'_{kj} - \sigma'_{ik} \omega_{kj} \quad (5)$$

式(5)中の弾塑性係数テンソル D_{ijkl}^{ep} を表す。

3. 解析手法

CWENOスキームは、双曲型の偏微分方程式を解析する手法の1つであり、リーマンソルバーを必要せず、複雑な方程式に対しても適用が可能である。支配方程式を積分するにあたり、 x, y 方向にメッシュサイズ h の正方形セルを仮定し、そのセルを I_{ij} と記述する。CWENOスキームで用いるセルと変数の配置を図1に示す。 Δt を時間間隔とし、時刻を $t^m = m\Delta t$ と表わす。支配方程式をコントロールボリューム $I_{i+1/2, j+1/2} \times [t^m, t^{m+1}]$ 上で積分すると、式(6)を得る。

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i+1/2, j+1/2}^{-n+1} &= \frac{1}{h^2} \iint_{I_{i+1/2, j+1/2}} u^n(x, y) dx dy - \frac{1}{h^2} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \int_{y_j}^{y_{j+1}} [f(u(x_{i+1}, y, \tau)) - f(u(x_i, y, \tau))] dy \right\} d\tau \\ &\quad - \frac{1}{h^2} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \int_{x_j}^{x_{j+1}} [f(u(x, y_{j+1}, \tau)) - f(u(x, y_j, \tau))] dx \right\} d\tau + \frac{1}{h^2} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left\{ \iint_{I_{i+1/2, j+1/2}} r(u(x, y, \tau)) dx dy \right\} d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

*京都大学大学院農学研究科 (Graduate School of Agriculture, Kyoto University)

Keywords: CWENO スキーム, 浸透破壊, 流動化

右辺第一項はスタガードセル $I_{i+1/2,j+1/2}$ における変数 $u^m(x,y)$ のセル平均を表している。ここで、時間積分はシンプソンの公式による数値積分により求められるが、その際必要となる $t^{m+1/2}$ と t^{m+1} における変数の予測値についてはルンゲ・クッタ法を用いて計算を行う。計算手順の詳細は Levy et al. (2002) に譲る。

4. 非排水せん断試験シミュレーション

上述の手法を用いて、土の典型的なせん断挙動が再現可能かを検証するため非排水条件下におけるせん断試験シミュレーションを行った。解析対象は、幅 0.1 m の四角形領域を考え、上端の砂粒子に境界条件として

$v_2=1.0 \times 10^{-4}$ m/s の速度を与え、せん断変形を生じさせるものである。計算に用いる各種パラメータは、土粒子密度 $\rho_s=2.65$ t/m³、ポアソン比 $\nu=0.4$ 、弾性係数 $E=1000$ kPa、透水係数 $k=0.001$ m/s、内部摩擦角 $\phi=30^\circ$ とする。また、初期状態については全領域に渡って間隙率 0.4 を与え、有効応力については $\sigma_{11}=-50$ kPa、 $\sigma_{22}=-50$ kPa の等方状態とそれに対して平面ひずみ状態を満足するように $\sigma_{33}=-40$ kPa を与える（引張方向を正とする）。図 2 は変位と偏差応力の関係を示すもので、初期は変位の増加に伴い偏差応力も増加するが、変位が大きくなると偏差応力が変化しなくなる様子が確認される。これらの結果から、導入した構成モデルの挙動を再現しながら支配方程式が適切に計算されることが確認された。

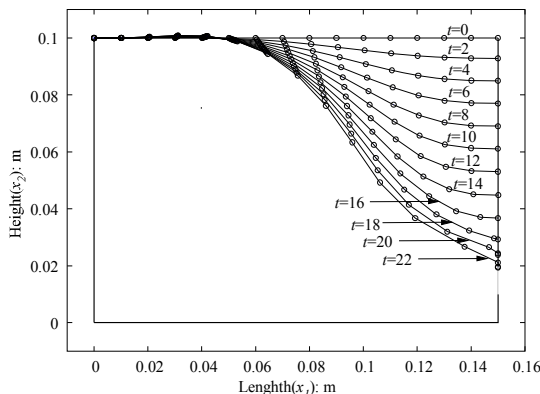


図 3 マーカの時間変化

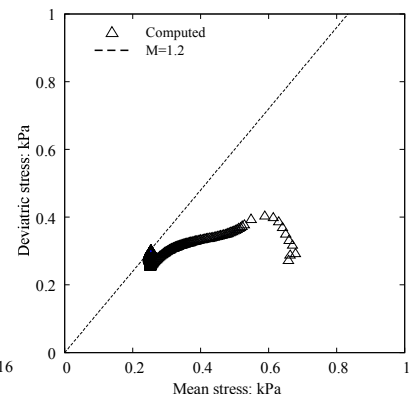


図 4 平均応力と偏差応力の関係

5. 二次元土粒子流出解析

本手法の有効性と今後の発展性について議論するために、二次元土粒子流出現象の数値解析を行った。計算対象は横幅 0.15m、高さ 0.1m の土槽に右下端部に 0.01m の流出孔を設け、浸透水と土粒子が流出する状況を作る。また、土粒子の変位を把握する目的で上端部にマーカを設けた。初期状態は、上端部の水圧 $p=4$ kPa、有効応力 $\sigma_{ij}=0$ kPa として砂を重力により充填する。流出孔における水圧 p 及び有効応力 σ_{11} は 2 秒間で 0 kPa 及び 0.01 kPa となるまで減少させる。

図 3 にマーカの時間変化を示す。時間経過とともに流出孔付近のマーカから深く沈みこむ様子が確認される。この沈下現象は、実際に土粒子が流出する際に確認される現象ではあるが、従来の有限要素法による固体解析でこの変形を解析することは困難であり、本手法の有効性を示す結果である。次に、流出孔近傍の一点における平均応力と偏差応力の変化を図 4 に示す。同図からは、初期の状態から作用する拘束圧が減少することで限界状態へと近づき、最終的にせん断破壊に至る様子が確認される。この図が示すものは、内部摩擦角 30° の土が導水勾配の上昇によりせん断破壊に至る固体としての土の破壊である。土粒子が流出する際には、大幅な間隙率の上昇によって土粒子間の摩擦が消失し、土のせん断強度（摩擦角）の減少によって、土が流体のようにふるまう状況が生じうる。上記の解析ではこのような現象を再現することはできないため、低拘束圧下で発生する土の流動化過程をモデル化し、それを組み込むことで実用に耐えるシミュレーターを開発することが今後の課題である。

参考文献

- 1) D. Levy, G. Puppo and G. Russo: A fourth-order central WENO scheme for multidimensional hyperbolic systems for conservation laws, *SIAM J. Comput.*, 24(2): 480-506, 2002.
- 2) B. Mehmandoust and A.-R. Pishevar: An Eulerian particle level set method for compressible deforming solids with arbitrary EOS, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 79:1175-1202, 2009.