IS 法による流出負荷量推定に流域の規模が与える影響
Effect of the catchment scale on load estimates by Importance sampling

○矢野 敦久，多田 明夫，田中丸治哉
○Atsuhisa YANO, Akio TADA and Haruya TANAKAMARU

1．はじめに 集水域から河川等を通して下流側の水体へ流入する物質量を（総）流出負荷量と呼ぶが，面源からの流出負荷量を適切に推定できれば，流域の水質管理・対策上有益である．しかし，従来の流出負荷量の推定法は偏りを持っている．一方我々の研究では，モンテカルロ数値積分法の一つである Importance Sampling（IS）法 [1)]を流出負荷量推定に適用すると，その不偏推定量が得られることがわかってきた．

これとは別に，対象流域の規模（面積）によって流出負荷量推定の確からしさが異なるという問題がある．例えば，小流域では降雨に対する流出量の時間的応答が迅くまた低減も速い．そのため，流出負荷量の推定が大流域よりも困難であると言われている．一方で規模の大きな流域では流量の時間的変動は緩やかになり，流出負荷量の推定もより容易に，あるいはより正確に行えるものと期待されている．このように，流域規模が流出負荷量推定に与える影響について，IS 法を用いた不偏推定法に基づき定量的に検証することが本報告の目的である．

本報告では，流域規模（面積）の異なる複数の流域からの観測流量データを用いて検討した．具体的には，べき乗型 LQ 式の残差が両対数空間上で正規分布に従うような理想的な瞬間流出負荷量のデータ（以下仮想データ）を作成し，このデータに基づき検証した．

Table 1 対象流域
Catchments for evaluation

水系名	観測地点（略記号）	観測地点における流域面積（km²）
紀の川	五条（K）	0.128
渡川	黒川（N）	21.7
千代川	行徳（T）	1054

2．対象流域 **Table 1** に示す流域規模の異なる 3 流域を選んだ．小流域として奈良県五條市の山林流域，中流域として高知県黒川流量観測所，大流域として鳥取県行徳流量観測所からの流量データ [2)]を用いた．いずれも 2012 年 1 月 1 日～12 月 31 日までの 1 年間の 1 時間単位の流量データを用いた(8,760 個のデータ).

3．IS 法による流出負荷量推定について IS 法により流出負荷量を推定する場合，事前の調査データに基づいて，予め(1)式のべき乗型 LQ 式を決定しておく必要がある．

$$\ln l_i = \ln \hat{l}_i + \varepsilon_i = a_0 + a_1 \ln q_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

ここで，l_i，$\hat{l}_i$ は，それぞれ時刻 i における瞬間流出負荷量とその推定量，q_i は流量，ε_i は $N(0, \sigma^2)$ に従う回帰残差，a_0，a_1 は定数である．

また IS 法では $\hat{l}_i$ の大きさに比例して現地にて採水を行う．大きさ $\hat{l}_i$ のデータのサンプリング

$$g(i) = \hat{l}_i \Big/ \sum \hat{l}_i \quad (2)$$

確率 $g(i)$は，(2)式で表される．
IS 法の現地適用の際には，時々刻々の流量のリアルタイム観測値から $g(i)$が計算されることになる．

最終的に，総流出負荷量の点推定量 $\hat{L}$ は，N を観測期間中の全流量データ数，n_{IS} を期間中に確率 $g(i)$に従って収集されたデータの数として，

（所属）神戸大学大学院農学研究科，Graduate School of Agricultural Science, Kobe University
（キーワード）流出負荷量，Importance Sampling 法，区間推定，サンプリング

(3)式で計算される.

$$\hat{L}=\left(\sum_{j=1}^{N}\hat{l}_j\right)\times\left(\frac{1}{n_{IS}}\sum_{i=1}^{n_{IS}}\exp(\varepsilon_i)\right) \qquad (3)$$

仮想データとして, **Table 2** に示す各パラメータの値と正規乱数を用いて，5,000 組のデータセットを作成した．これらのデータセットにより 5,000 組の点推定と区間推定量が得られる．$\hat{L}$の区間推定には, exp(ε_i)が対数正規分布に従うため，対数正規分布の 1 次モーメントの区間推定法である Land の H 統計量[3]と GCI[4]を利用した．なお，全仮想データ l_i に基づいて(3)式で計算した$\hat{L}$の値を真値として，以下の検証に用いた. 以下の検証では, IS 法により全期間中 5 個, 10 個, 30 個のデータを抽出した場合（n_{IS}＝5, 10, 30）について検討した.

４． 相対積算流出負荷量の分布について **Fig.1** には，期間中の流量を 1 として基準化した$\hat{l}_i$ の相対積算流出負荷量の分布を示した．この図より，a_1 の値に関わらず，大流域で分布の変化は緩やかなことがわかる.

５. 流域規模の区間推定結果への影響 **Fig.2** の区間推定結果から，被覆確率はいずれも 95%程度であることがわかる．また点推定量の中央値はいずれも真値とほぼ同じである．LQ 式の傾きと分散が大きな右図で顕著であるが，流域面積が小さいほど点推定量の分布と信頼区間の幅が広くなっていた.

Table 2 仮想データのパラメータ
Parameters of virtual data

a_0	a_1	σ^2
1.0	1.0	0.1
1.0	1.5	1.0
1.0	2.0	2.0

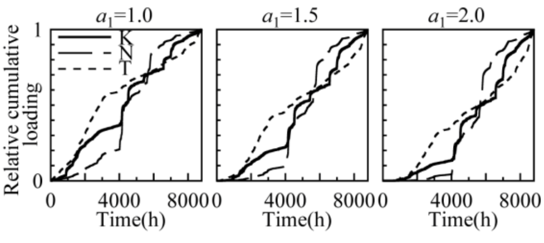

Fig.1 相対積算流出負荷量
Relative cumulative loading

Table 3 最短採水間隔（時間）
The shortest sampling interval

サンプル数	K	N	T
5	415	412	787
10	207	58	385
30	7	10	71

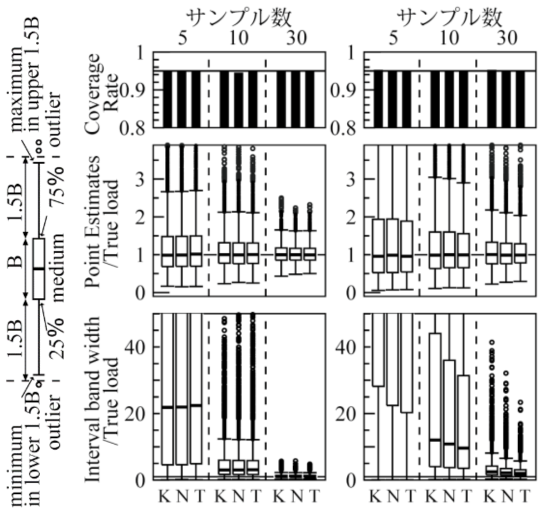

Fig.2 推定結果（上：被覆確率，中：点推定の分布，下：信頼区間幅の分布）
（左図：a_1=1.0，σ^2＝0.1 右図：a_1=2.0，σ^2＝2.0）
Result of load estimation

Table 3 には, 積算流出負荷量軸上で等間隔にサンプリングを行うと仮定した場合の，最短採水間隔を示した．n_{IS}＝30 の場合で，K，N 流域では最短採水間隔が半日以下となってしまうため自動採水機などを利用する必要がある.

６．おわりに 今回の検証により，大流域ほど同条件のサンプリング方法で良好な流出負荷量の推定結果が得られることが定量的に示され，それは **Fig.1** のような積算流出負荷量の分布から判断できそうである.

参考文献 1)津田孝夫：モンテカルロ法とシミュレーション,培風館,pp91-98,1995. 2)国土交通省 HP 水文水質データベース http://www1.river.go.jp/(閲覧日:2015/3/1) 3)K. Krishnamoorthy and T. Mathew : Inferences on the means of lognormal distributions using generalized *p*-values and generalized confidence intervals, Jornal of Statistical Planning and Inference 115 (2003) 103-121. 4)A. K. Singh, A. Singh. and M. Engellhardt. : The Lognormal Distribution in Environmental Applications, EPA, 600, S-97, 006(1997)