

## 時間に関する重み付き回帰による LQ 式を用いた流出負荷推定法の改良 Improvement of load estimation by rating curve regressed using weight on time

○橋本航, 多田明夫, 田中丸治哉

○Wataru HASHIMOTO, Akio TADA, and Haruya TANAKAMARU

**1. はじめに** 農地や市街地, 山林などの面源から発生して河川を流下する物質の流出量(流出負荷量)は, 流域の水質汚濁管理上重要な数値である. この流出負荷量の推定法として, Importance Sampling 法とべき乗型 LQ 式(rating curve)による推定法を一般化した, Importance Resampling (以下 IR)法が開発された<sup>1)</sup>. この手法には, 高頻度の流量データがあれば, 計算に利用する水質データのサンプリング法を問わないという長所がある.

この IR 法は, 流出負荷量の不偏な点推定と適切な区間推定を可能とする. しかし, 本法は負荷量を推定する期間を通じて, 1つの固定した LQ 式を仮定している. このため, 時間とともに LQ 式が変化する場合への適応能力に欠ける. 例えば, 10年などの長期間の河川モニタリング中に流域開発や水質汚濁対策が行われた場合を考える. この場合時間とともに LQ 式が変化するのであろうから, 結果的に 1つの LQ 式による全期間の回帰残差が大きくなる. この結果, IR 法による推定負荷量の信頼区間の幅が大きくなる. この問題に対処するためには, LQ 式の時間的変動を負荷量推定に取り込む必要がある.

これを実現するためには, WRTDS モデル<sup>2)</sup>に見られるように, 時間に関する重み付き回帰を用いて, 時間とともに変化するような LQ 式を IR 法に導入すれば良い. この結果, 期間全体での LQ 式による回帰残差は小さくなり, 信頼区間もより狭くなることが期待される. そこで本報告では, 高頻度の観測データにもとづいて, この IR 法の改良法が 95%信頼区間幅を実際に狭く(負荷量の推定精度を向上)できるかについて検証した.

**2. 時間方向の重み付き回帰** 本報告での IR 法の改良は, LQ 式を重み付き回帰で決定する点のみである. 重み付き回帰での重みは次式で定める.

$$w_j = \begin{cases} \left(1 - \left|\frac{t_i - t_j}{h}\right|^3\right)^3, & |t_i - t_j| < h \\ 0, & |t_i - t_j| \geq h \end{cases} \quad (1)$$

ここで,  $w_j$ : 点  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ,  $n$ : 全データ数) を通る LQ 式の重み付き回帰の計算に用いる点  $j$  ( $j=1, \dots, n$ ) の重み,  $t_i - t_j$ : 1 年の長さを 1 とした時の 2 点  $i, j$  の採水時刻の差,  $h$ : 重みを考慮する時間領域の半値幅, である. 重み付き最小二乗法では,  $\sum w_j (\ln l_j - a_0 - a_1 \ln q_j)^2$  を最小とする  $a_0, a_1$  の値が点  $i$  に対し計算される. 計算にあたり  $h$  の決定法が問題となるが, 今回は点  $i$  を中心とした  $2h$  の時間の範囲内に  $fn$  個のデータが含まれるように決定した<sup>3)</sup>. 従って  $h, a_0, a_1$  の値は LQ 式を求めようとするデータの時刻毎に異なる.

**3. 区間推定法とその評価方法** 検証に使用した母集団データは, 奈良県五條市の山林流域で得られた 10 分間隔の水質濃度と流量データであり, 対象水質項目は  $K^+$ ,  $Cl^-$ ,  $Na^+$  とし

(所属) 神戸大学農学研究科 Graduate School of Agricultural Science, Kobe University  
(キーワード) 流出負荷量, 区間推定, Importance Resampling, 重み付き回帰

た。解析対象期間は 2009 年 5 月 12 日~2011 年 4 月 28 日である。IR 法による流出負荷量の区間推定には、母集団から一定積算流量  $\Delta q=10\text{mm}$  毎に抽出した標本集団を用いた。この方法によりサンプリングされる標本数は  $\text{K}^+$ 、 $\text{Cl}^-$ 、 $\text{Na}^+$  でそれぞれ約 135, 133, 116 個であり、これらを用いて 95%信頼区間(両側危険率 2.5%)を構成した。また独立なこれらの標本集団の数は、最初の  $\Delta q$  区間内に含まれる流量データの数に等しく、それらはそれぞれ 2,683, 2,683, 1,962 組であった。これらの数の 95%信頼区間を用いて、全 10 分間値の流量と濃度の積の合計から計算される流出負荷量の真値を含む割合(被覆確率)、点推定量と信頼区間の幅の分布について検討した。

**4. 結果と考察** Table 1 に本改良法による負荷量の 95%信頼区間の被覆確率を示した。また、Fig.1 の上段に点推定量の分布を、下段に 95%信頼区間幅の分布を示した。Fig.1 上段では、時間方向の重み付き回帰を用いることで、点推定量のばらつきが小さくなっている。また、下段の図では重み付き回帰により信頼区間幅も小さくなっている。これらの効果は、 $f$  の値が小さいほど高いことも示されている。しかし Table 1 からは、 $\text{K}^+$  で  $f=0.1$  の時に被覆確率の低下が認められた。以上より、時間方向の重み付き回帰を用いれば、信頼区間を小さくして負荷量の推定精度を向上することができるが、 $f$  値を過剰に小さくすると過適合のため被覆確率が低下してしまうことが示された。

**5. おわりに** 今回の検討から、時間的に LQ 式の関係が変化するようなデータに対しても、時間方向の重み付き回帰を適用すればより精度の良い流出負荷量の推定が可能なが示された。ただし適切な  $h$  の値を与える  $f$  の設定方法が今後の検討課題である。

参考文献 1) 多田明夫・田中丸治哉 (2017) :平成 29 年度農業農村工学会大会講演会要旨 2) R. M. Hirsch and Moyer (2010) : *Journal of the American Water Resources Association* 46 (5) , pp.857-880 3) W.S.Cleveland (1979) : *Journal of the American Water Resources Association* 46 ,74(368), pp.829-836

Table 1 Coverage rates of 95% confidence intervals (%)

Item	ordinary least square	weighted regression on time				
		$f=0.9$	$f=0.7$	$f=0.5$	$f=0.3$	$f=0.1$
$\text{K}^+$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	83.4
$\text{Cl}^-$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	98.9
$\text{Na}^+$	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	98.5

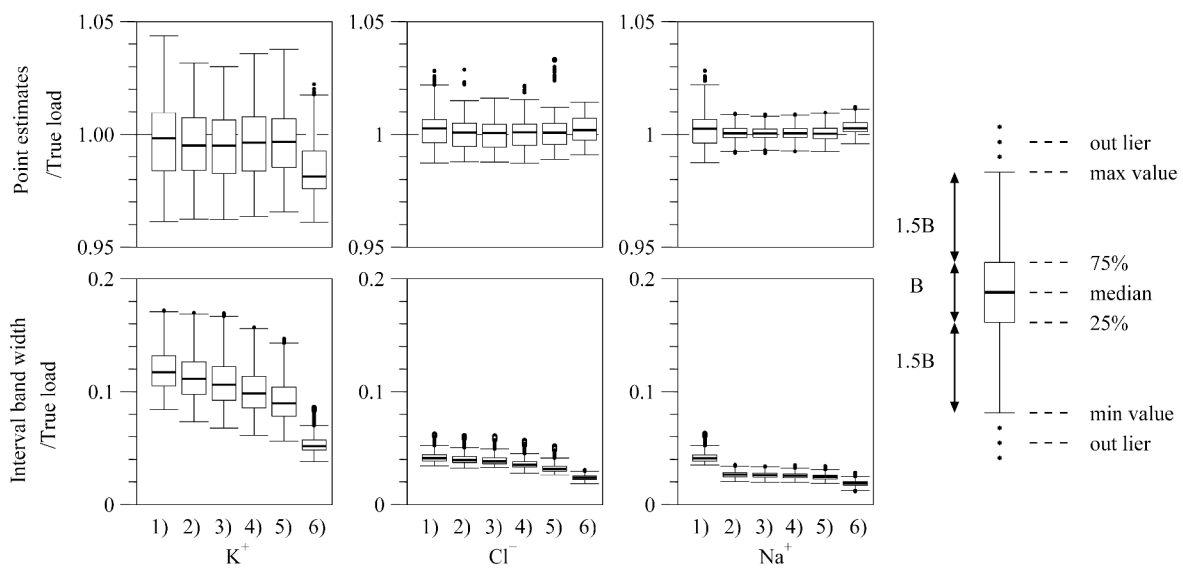


Fig.1 Result of point and interval estimation of load  
1)ordinary least square , 2)  $f=0.9$  , 3)  $f=0.7$  , 4)  $f=0.5$  , 5)  $f=0.3$  , 6)  $f=0.1$