報　文

確率・システムと毛管水分分布曲線

田　淵　俊　雄*

最近は，あらゆる分野でシステムという言葉がもてはやされている。それだけ物事を総合的に，システム的に認識することが重要視されるようになってきたのであろうか。筆者が毛管水分分布曲線（C. M. D. C）と粒子層の間ゲキシステムとの関係を研究し始めた1960年代の初期には，システムと名のつく本はほとんど見当らなかったことを考えると大変な変わりようである。

土粒子の間に構成される間ゲキの世界，大きさが異なり，かつ複雑無限につながっている間ゲキのルート。これらと CMDC との関係を明らかにすることは土壌物理の研究者にとって重要で魅力的な課題であった。

筆者はこの間ゲキのミクロの世界をなるべくそのままに用いてマクロの世界と結びつけたいと思った。間ゲキの不均一性を Childs にならって分布関数で表し，複雑な間ゲキの連結を充塡モデルのシステムで表現した。したがって現象は確率で規定され，確率的システムの問題となった。ところが間ゲキセルの連結の無限性は計算を膨大にし，一時は研究を中断せざるをえなかった。しかし電算機の急速な普及によって助けられ，1966年に Soil Science に第一報を掲載することができたのである。

このような確率システムの簡単な例としてはクサリの破壊がよく引用される。クサリに重さ W の物体をつりさげると，ある一つの輪が W の重さによって切れる確率は W の関数となり $f_1(W)$ で表わされる。輪が100gの重さで切れる確率が50%であれば $f_1(100)=0.5$ である。

次に二つの輪がたてにつながっているクサリの切れる確率Fを求めよう。Fは次の三つのケースの確率の和である。(1) 2個の輪が両方切れる確率 $f_1\times f_2$ (2) 1番目の輪が切れ，2番目の輪が切れない確率 $f_1\times(1-f_2)$ (3) 1番目の輪が切れないで2番目の輪が切れる確率 $(1-f_1)\times f_2$ したがって

$$F=f_1f_2+f_1(1-f_2)+(1-f_1)f_2 \qquad (1)$$

または，2個の輪が両方とも切れない確率 $(1-f_1)\times(1-f_2)$ を求め，1から引いてもよい。

$$F=1-(1-f_1)(1-f_2) \qquad (2)$$

(1)と(2)式は同じ値である。

* 茨城大学農学部　1972. 6. 22受理

輪がN個ある場合には

$$F=1-\prod_{i}^{N}(1-f_i) \qquad (3)$$

一個一個の輪の f が等しければ

$$F=1-(1-f)^N \qquad (4)$$

これが輪を直列に一列つなげた場合の式で，ミクロなエレメント（輪）のもつ確率fとマクロな強度Fとの関係を示す。輪のつなげ方を変えれば色々の$F(f)$式がえられる。

土の場合にはどうなるであろうか。クサリの輪は土粒子に囲まれた間ゲキセルである。飽水層から排水した時の CMDC の場合には土の中の間ゲキセルから水が除去されること，またはセルに空気が入ることが輪の切断に相当し，重さWは吸引圧hに，確率fはセルとセルの間のネックをメニスカスが通過する確率，Nはセル層数におのおの相当する。

fはネックの大きさdの分布関数$f(d)$とdと毛管圧hの関係$h(d)$とから求められる。筆者の求めた式を紹介すると

$$f(d)=\frac{A}{d}\phi+1-6.45A \qquad (5)$$

ϕ：粒径　cm

A：分布定数で0.2となる。

これを$0.2/d$型分布と命名した。

$$h(d)=\frac{C}{d} \qquad (6)$$

C：毛管係数で0.24。

(6)を(5)へ代入して

$$f(h)=\frac{A}{C}\phi h+1-6.45A \qquad (7)$$

$A=0.2$，$C=0.24$とすると

$$f=0.83\phi h-0.29 \qquad (8)$$

$F(f)$はクサリの例よりは複雑になる。それはタテ方向だけでなく横方向にもセルがつながっているからである。粒子層と大気の接している面から数えて第一番目のセルへの空気の侵入確率（または水が除去される確率）F_1 を求めてみる。このセルへの空気侵入として第一に考えられるのは大気からの直接侵入ルートである。第二

は隣りのセルへ一度侵入した後に侵入する間接ルート。さらにもう一つ離れたセルからやってくるルート。そしてそのまた向こうのセルから……。こうして無限に近い空気侵入ルートが考えられる。これらの侵入確率はf, f^2, f^3……f^m となる。そして隣接セルの数は複数であるから，それらの確率はその数を乗じたものになる。たとえば立方充填では4個のセルに隣接しているから4倍の確率になる。こうして各ルートからの侵入確率が求められるが，F_1 はこれらの確率の和(確率的な)である。

次に大気面から2番目のセルへの侵入確率 F_2 を F_1 をベースにして計算していく。こうして大気面からn層目に当るセルへの空気侵入確率 F_n を求める。この時，Fは漸化式の形になり，fばかりでなく空気侵入方向の層数nと横方向の層数mの関数になる。しかし，nとmを大きくすると（土ではnとmは無限大に近い）Fは収斂するので，結局fだけの関数になる。

この立方充填型の収斂値を近似的に表わしたのが(9)式である。

$$F(f)=1-\exp\left[-\frac{f-0.255}{0.082}\right] \tag{9}$$

(9)式に(8)式を代入すると

$$F(h)=1-\exp[-10.2\phi h+6.65] \tag{10}$$

セルに水が残る確率は$1-F$ になる。そしてセルの数が無限大であるから，この確率$1-F$ が水が残っているセルの数を表わすと考えてよい。残水しているセルの数の割合をθで示すと

$$\theta=1-F \tag{11}$$

$$=\exp[-10.2\phi h+6.65] \tag{12}$$

体積含水率 V_W は

$$V_W=W_0+(V_V-W_0)\times\theta \tag{13}$$

W_0：最小容水量

(12)式は 0.2/d 型分布のネックをもつ立方充填型の CMDC の式になるが，この式から $\theta=95\%$, $\theta=5\%$ に相当する毛管高hを求めると

$$h(95\%)=0.66/\phi \tag{14}$$

$$h(5\%)=0.95/\phi \tag{15}$$

粒径1㎜ではh(5％)は9.5cm，0.5㎜では19cm，0.2㎜では48cmとなる。

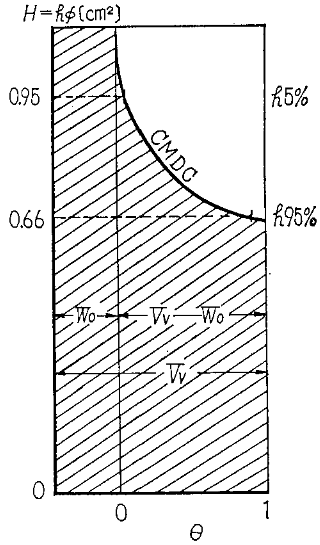
また(12)式を変形すると

$$\ln\theta=-10.2\phi h+6.65 \tag{16}$$

したがって $\ln\theta$ と h は直線関係になる。

粒径のそろったガラス粒や砂についての実験データを $\ln\theta$ と h の関係に直してグラフにプロットしてみるとかなり良い一致がみられる。ということはこれらの試料が立方充填型に近いことを意味している。

今回は触れなかったが，“確率を粒体に適用した事例”はこの他にも非常に多くなってきている。CMDC ばかりでなく，透水係数，拡散，浸透，粒度，混合，応力伝達等々，土壌物理の多くの分野で活用されてきている（文献5～12)。これは不均一な性質をもつ土の研究にとって必然的ともいえることである。さらにシステム手法の導入もミクロとマクロの両方の側面をもつ土の研究においては当然のことといえよう。今後の発展を期待したい。



図—1

参考文献

1) Tabuchi, T : Theory of suction drain from the saturated ideal soil, Soil Sci. 102(2) (1966)

2) Tabuchi, T : Experiment on suction drain from an ideal soil, Soil Sci, 102(5) (1966)

3) Tabuchi, T : Theory of suction drain from the saturated ideal soil(2), Soil Sci 112(6) (1971)

4) 田淵俊雄：粒子層における浸潤と毛管力，研究の資料と記録（東大農地工学研究室）No. 19, (1971)

5) Childs, E. C. et al : The permeability of porous meterials, Proc, Roy. Soc. 201A(1950)

6) Mogami, T : A stastical approach to the mechanics of granular materials, 土質工学会英文誌 5 (2) (1965)

7) Mogami, T : Mechanics of granular material composed of particles of various sizes, Trans. JSCE 137, (1967)

8) 長尾高明：粉体静力学の研究，日本機械学会論文集（2部）34, (1967)

9) 吉沢昭宣：ランダムフロックの構造の模擬，粉体工学研究会誌 7 (3) (1970)

10) 中野政詩：土の水分量と毛管張力の関係，農土論集35, (1971)

11) 武内 等：確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション，土木学会論文集187, (1971)

12) 増田弘昭：粒度分布による実験値のバラツキに関する考察，粉体工学研究会誌 8 (3), (1971)