

凍土中の水分移動が熱伝導率測定に及ぼす 影響について

福田正己*, B. D. KAY**, 伊豆田久雄***, M. I. SHEPPARD****

Effect of water migration on the determination of the thermal
conductivity of unsaturated frozen soils

Masami FUKUDA*, Ben D. KAY**, Hisao IZUTA*** and Marsha I. SHEPPARD****

*Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University, Sapporo (Japan)

**Department of Land Resources Science, University of Guelph, Guelph, Ontario (Canada)

***Seiken Co. Ltd., Osaka (Japan)

****Atomic Energy of Canada Ltd., Pinewa, Manitoba (Canada)

1. はじめに

自然状態での土の凍結・凍上現象や LNG 地下タンク周辺の地盤凍結現象を解析するためには、凍土の熱的性質を把握する必要がある。とくに凍土の熱伝導率は現象の定量的解析に欠かせない重要な物性値である。従来凍土を土、空気、氷の3相構成要素からなりたつとして、測定によらずに各々の体積比と熱伝導率から推定することがなされていた (Kersten (1963)¹⁾, McGaw (1969)²⁾。また最近では実測が非定常熱伝導状態で行われている。実測値と熱伝導率推定法の De Vries モデルの推定値とが良好一致をみることが報告された (Penner (1970)³⁾。

ところで凍土中には不凍水が存在し、凍土内の温度勾配下で移動するという実験事実が明らかにされた (Hoekstra (1966))⁴⁾。凍土を構成するのは、土・氷・水・水蒸気・空気であり、温度勾配下で水と水蒸気が流れる。すると従来の熱伝導率推定上の仮定である土・氷・空気の構成要素とその伝導のみで熱輸送が生ずるとする考え方は不適当となる。沢田 (1979)⁵⁾ はサーマルプローブ法で苫小牧シルトの熱伝導率を測定し、 -10°C ~ 0°C 範囲で異常に大きな熱伝導率を得た。サーマルプローブ法では凍土中に大きな温度勾配が生ずる。すると、液体の水と水蒸気の圧力にも勾配が生じて水と水蒸気の流れを引き起す。この流れで潜熱と顕熱の輸送が生じて、見かけ上熱伝導率が大きくなることが予想される。この事例から、 0°C に近い凍土の熱伝導率測定では、凍土中の水と熱の結合した流れモデルに基づく熱伝導方程式を適

用して熱伝導率を求める必要性が指摘されよう。

本報告では、 0°C に近い凍土中の水と熱の流れについて理論的に取り扱い、これを熱伝導率測定法であるサーマルプローブ法に適用することを試みる。理論的な取り扱いについてはすでに報告したが (Kay et al (1981))⁶⁾、ここでは測定の方法や内容を含めて報告する。

2. 凍土中の水分と熱の移動の理論的取り扱い

温度勾配に沿って凍土中に水流が生じていることは、実験で確認されている。(Hoekstra (1966))⁷⁾, Loch and Kay (1978)⁸⁾, Fukuda et al (1980)⁹⁾。この場合水は気・液・固相の状態をとりながら輸送される。たとえば凍土中の空隙内の水蒸気が温度勾配下で拡散移動したり、温度勾配下での不凍水に化学ポテンシャルの勾配が生じて物質移動となったりする。さらに復氷現象によって、固体状態の氷も凍土内の温度勾配に沿って流動することも知られている。

空隙中の空気が大気圧に等しい不飽和状態の凍土に限定して以下の考察を行う。この条件にはさらに凍土が剛体の境界によって拘束されていないことが付け加えられる。これは、氷には有効応力の外部からの増加分が作用しないことを意味する。また凍土中には氷レンズが形成されておらず、土粒子と氷は均一に分散しているとす。したがって有効応力の作用を受けない分散水の受けている圧力は、大気圧に等しい。また水の移動で局所的な氷の集積 (氷レンズ) が生じてないとすると、水の流れは気相と液相の状態では生ずる。Kay and Gronevelt

* 北海道大学低温科学研究所

** Dept. of Land Resources Science, Univ. of Guelph, Canada

*** (株) 精研技術研究所

**** Atomic Energy of Canada

(1974)⁹⁾によれば、この状態の水の流れの連続の式は、Harlan (1973)⁶⁾の式に水蒸気移動項を加えて次のように表わせる。

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho_l} \frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial (\theta_a \rho_v)}{\partial t} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial (P_1 + Z)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} D_{a,tm} \frac{\gamma \alpha \theta_a \partial \rho_v}{\rho_l \partial x} \right) \dots (1)$$

ここで、 $\theta_l \cdot \theta_l \cdot \theta_a$ は水・氷・空気の体積率 (cm^3/cm^3) で、 $\rho_l \cdot \rho_l \cdot \rho_v$ は水・氷・水蒸気の密度 (g/cm^3) である。 t は時間 (sec) で x は距離 (cm) を表わし、 Z は動水ポテンシャルの重力分すなわち重力ポテンシャル ($\text{cm H}_2\text{O}$) である。 K は透水係数 (cm/sec) で P_1 は液体の水の水頭高 (pore water head, $\text{cm H}_2\text{O}$) である。 $D_{a,tm}$ は空気中の水蒸気の分子拡散係数 (cm^2/sec) で、 γ は拡散する空気と水蒸気の境界条件の差に起因する物質流のファクターであり、 α はその流路のねじれの要素を示している。これらは Philip と DeVries (1957)¹⁰⁾ が提示した係数である。

水の流れは2つの様式をとると考えられている。土粒子表面の連続した皮膜水の流れと、液体中に孤立した空隙内で生ずる蒸発、蒸発拡散そして他方での凝結で流れる。どちらの様式で水の移動が支配的に生ずるかは、空隙の数と皮膜水の厚さに依存する。皮膜水の厚さは不凍水分量によって定まるから、温度が低下すると不凍水分量も減少し、従って皮膜水の厚みも減少する。このことから、透水係数 (K) は温度と空隙の体積率に依存する。これに付け加えて、連続した空隙を通しての水蒸気拡散で、水蒸気の流れが生ずる。

熱流の連続の式は、土粒子・氷粒子・液体の水を伝わる熱伝導と、固 \leftrightarrow 液、液 \leftrightarrow 気の変態に伴う潜熱輸送と温度差による顕熱輸送を含んでいる。これを次式として表わす。

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + H_l \rho_l \frac{\partial \theta_l}{\partial t} + H_s \frac{\partial \theta_a \rho_v}{\partial t} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + H_l \rho_l \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial (P_1 + Z)}{\partial x} \right) \\ + H_s \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{a,tm} \gamma \alpha \theta_a \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right) \\ + \rho_l C_l \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{K \partial}{\partial x} (P_1 + Z) \right) \\ + C_v \frac{\partial}{\partial x} \left(T D_{a,tm} \gamma \alpha \theta_a \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right) \dots (2)$$

ここで、 C は土全体の体積比熱 (cal/cm^3) なので、

$$C = \rho_l \theta_l C_l + \rho_l \theta_l C_l + \rho_s \theta_s C_s + \rho_a \theta_a C_v \dots (3)$$

C_l , C_i , C_s , C_v はそれぞれ水、氷、土粒子、水蒸気の比熱 (cal/g) である。さらに λ は土の熱伝導率 ($\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$) で、 T は温度 ($^\circ\text{C}$)、 H_l は水の融解潜熱 ($79.7 \text{ cal}/\text{g}$) で H_s は水の蒸発潜熱 ($619.3 \text{ cal}/\text{g}$) であ

る。凍土中の含水率と水蒸気密度はヒステリシス効果がないとすれば、その温度で決定される。また仮定により氷の圧力は大気圧に等しいとしたことから次の代入式が得られる。

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} = \frac{d\theta_l}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} \dots (4)$$

$$\frac{\partial \theta_a \rho_v}{\partial t} = \theta_a \frac{d\rho_v}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_v \left(\frac{\partial \theta_a}{\partial t} \right) \dots (5)$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial x} = \frac{d\rho_v}{dT} \frac{\partial T}{\partial x} \dots (6)$$

さらに不凍水の空隙水圧 (pore-water pressure) について、Clapeyron の式が成り立つとすれば (Kay and Gronewelt (1974))⁹⁾,

$$\frac{\partial P_1}{\partial x} = \frac{H_l \rho_l}{T_0} A \frac{\partial T}{\partial x} \dots (7)$$

ここ $T_0 = 273^\circ\text{K}$ で A は単位系をそろえるための係数 ($A = 42714 \text{ cm} \cdot \text{cm}^3/\text{cal}$) である。(4), (5), (6), (7) 式を(2)式に代入すると次式が得られる。

$$\left\{ C + H_l \rho_l \frac{d\theta_l}{dT} + H_s \theta_a \frac{d\rho_v}{dT} \right\} \frac{\partial T}{\partial t} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\lambda + \frac{H_l^2 \rho_l^2 A}{T_0} K + H_s D_{a,tm} \gamma \alpha \theta_a \frac{d\rho_v}{dT} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right\} \\ + \left\{ C_l \rho_l \frac{\partial}{\partial x} \left(TK \frac{H_l \rho_l A}{T_0} \frac{\partial T}{\partial x} - TK \right) \right. \\ \left. + C_v \frac{\partial}{\partial x} \left(T D_{a,tm} \gamma \alpha \theta_a \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right) \right. \\ \left. - H_l \rho_l \frac{\partial K}{\partial x} - H_s \rho_v \frac{\partial \theta_a}{\partial t} \right\} \dots (8)$$

右辺第1項の()内、すなわち

$$\lambda + \frac{H_l^2 \rho_l^2 A}{T_0} K + H_s D_{a,tm} \gamma \alpha \theta_a \frac{d\rho_v}{dT}$$

は見かけ熱伝導率と表現できる。右辺第2項のはじめの分、すなわち

$$C_l \rho_l \frac{\partial}{\partial x} \left(TK \frac{H_l \rho_l A}{T_0} \frac{\partial T}{\partial x} - TK \right) \\ + C_v \frac{\partial}{\partial x} \left(T D_{a,tm} \gamma \alpha \theta_a \frac{d\rho_v}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

は、水の液相と気相状態での対流による顕熱伝達分である。残りの分は、重力ポテンシャル差による水の移動に伴う潜熱と、一定温度下での空気で満たされていた空隙への水の出入りに伴う発生熱分である。これは湿潤熱に対応される。

見かけ比熱は次の3つの項を含んでいる。土粒子・水・氷などの構成要素の比熱、氷 \leftrightarrow 水の相変化に伴う熱の吸入放出、水 \leftrightarrow 水蒸気の相変化に伴う熱の吸入放出。ここで第3項と他の項との大きさを比較してみる。水の蒸気圧データから $d\rho_v/dT$ はほぼ $0.29 \times 10^{-6} \text{ g}/\text{cm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ である (Weast (1967))²⁰⁾。乾燥している土の例として、

$\theta_a = 0.40 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ の値を用いて第3項を見積ると $7.1 \times 10^{-5} \text{ cal}/\text{cm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ となって、予想される比熱の値 $1 \sim 20 \text{ cal}/\text{cm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ に比べると充分に小さいので無視する。すると見かけ比熱は次のように定義することができる。

$$\bar{C} = C + H_f \rho_i \frac{d\theta_i}{dT} \quad \dots\dots(9)$$

これは Williams (1968)²¹⁾ の定義に一致している。また実測結果から \bar{C} と T との関数関係も得られている (Anderson and Morgenstern (1973))¹⁾。

次に見かけ熱伝導率は次の3つの項からなりたっている。熱伝導分と液体流による潜熱伝達分および水蒸気流による潜熱伝達分である。ここでも第3項目と他を比較してみる。 $d\rho_v/dT$ は先述の値を用い、 $\alpha = 2/3$, $\gamma = 1.0$ を Philip ら (1957)¹⁰⁾ から引用する。 $D_{a,lm} = 0.24 \text{ cm}^2/\text{sec}$ (Weast (1967))²⁰⁾ とすると、第3項分は $1.2 \times 10^{-5} \text{ cal}/\text{sec} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}$ となる。これはやはり予想される $\bar{\lambda}$ よりも少なくとも2オーダー小さいので無視しうる。第2項分を次の条件で見積ってみる。乾燥密度 $1.82 \text{ g}/\text{cm}^3$ の Leda-clay の -0.1°C での透水係数 $0.45 \times 10^{-8} \text{ cm}/\text{sec}$ を Burt (1974) から引用して計算すると、 $H_f^2 \rho_i^2 AK/T_0$ の値として $4.47 \times 10^{-8} \text{ cal}/\text{sec} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}$ が得られた。 -0.1°C の Leda-clay の熱伝導率を Penner (1970)¹⁵⁾ は $2.3 \times 10^{-3} \text{ cal}/\text{sec} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}$ とした。したがって、第2項は第1項の約2倍となり無視できない。そこで見かけ熱伝導率は次の式として定義する。

$$\bar{\lambda} = \lambda + \frac{H_f^2 \rho_i^2 AK}{T_0} \quad \dots\dots(10)$$

これは Sheppard ら (1978)¹⁹⁾ によって導びかれた定義に対応づけられる。

この(10)式に従って、いろいろな K の値によって、 $\bar{\lambda}$ と λ の値がどの程度の相違となるかを計算して表一に示す。 K の値は Burt (1974)²⁾ の実測値の範囲にわたっている。もし凍土の透水係数が $10^{-9} \text{ cm}/\text{sec}$ より小さければ、見かけ熱伝導率に及ぼす潜熱輸送分 (10式右辺第

2項) は無視しうる。 K が $10^{-7} \text{ cm}/\text{sec}$ 以上となると、見かけ熱伝導率の値は、ほとんど潜熱輸送の分によって支配される。

(8)式にもどって、右辺の第2項目前半

$$C_1 \rho_i \frac{\partial}{\partial x} \left(TK - \frac{\bar{H}_f \rho_i A}{T_0} - TK \right)$$

は他に比べて充分に小さい。顕熱伝達を生ずる温度勾配が小さい上に、水分の各々の相でのフラックスも充分に小さいからである。第2項の残りの項でも重力ポテンシャルによる水分移動に伴う顕熱も、永久凍土帯のように深くまで温度勾配が小さい場合に問題となるが自然流下量も一般には無視しうる。最後に空隙への水分の充てんに伴う発生熱分の評価であるが、これは(8)式右辺の最後の項にあたっている。もし空隙が不連続になっていると、閉じられている空隙中では全含水率が増加すると、水蒸気の占める体積分 θ_a は局所的に減少する。しかしこうした不連続の外界に閉じられている空隙は、不飽和の程度が著しく大きくなった場合に、他と比較して考慮を必要とする値となる。こうした極端な乾燥状態以外では充分に小さくて無視しうる。

以上の各項ごとを比較し各々の推定値が他よりも数オーダー小さい項を無視すると(8)式は次式となる。

$$\bar{C} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - H_f \rho_i \frac{\partial K}{\partial x} \quad \dots\dots(11)$$

この式は非定常状態での凍土中の熱の連続式であり、この式に基づいてサーマルプローブ法によって測定される見かけ熱伝導率 ($\bar{\lambda}$) が求められる。

3. 線状熱源を用いた凍土の熱伝導率測定

熱伝導率を測定するのに、非定常測定法である線状熱源を用いたサーマルプローブ法が広く適用されている。凍土を測定対象とした場合と、他の物質との共通点と相違点について述べる。そして適用限界が前述の凍土中の水分移動に起因することを明らかにする。

表一 見かけ熱伝導率($\bar{\lambda}$)に及ぼす透水係数(K)と伝導分のみ熱伝導率(λ)の影響

$\lambda \times 10^3$ ($\text{cal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)	$\bar{\lambda} (\text{cal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) \times 10^3$				
	$\frac{K (\text{cm s}^{-1})}{1 \times 10^{-11}}$	1×10^{-10}	1×10^{-9}	1×10^{-7}	1×10^{-6}
2.0	2.0	2.1	3.0	101.4	995.9
2.5	2.5	2.6	3.5	101.9	996.4
3.0	3.0	3.1	4.0	102.4	996.9
3.5	3.5	3.6	4.6	102.9	997.4
4.0	4.0	4.1	5.0	103.4	997.9
4.5	4.5	4.6	5.5	103.9	998.4
5.0	5.0	5.1	6.0	104.4	998.9
5.5	5.5	5.6	6.5	104.9	999.4
6.0	6.0	6.1	7.0	105.4	999.9

円筒状の凍土試料の中心部に、その直径が試料に比べて十分に小さい線状熱源を挿入する。これに一定の熱を発生させた場合、凍土中の半径方向の熱流は温度による熱伝導率の変化が無視できると、次式で表わせる。(DeVries and Peck (1958))⁹⁾。

$$\bar{C} \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{\lambda} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad \dots\dots(12)$$

ここで r はプローブ (線状熱源) 中心からの半径 (cm) である。 \bar{C} , $\bar{\lambda}$ は前出(11)式と同じである。また(11)式を円筒座標へ変換する。このとき(11)式が(12)式と同じ形となるには、測定中に次の状態が必要となる。

$$\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial T} \rightarrow 0$$

これは、見かけ熱伝導率が温度の依存性を持たないことを意味している。凍土の温度が低い場合には、 $\partial \theta_i / \partial T$ は十分に小さく、従って $\bar{\lambda}$ や \bar{C} はあまり温度の影響を受けない。ところが 0°C 近くになると $\partial \theta_i / \partial T$ は大きくなるので、 $\bar{\lambda}$ もその潜熱発生分が無視できなくなる。そこで $\partial \lambda / \partial T \rightarrow 0$ を成立させるには、プローブの温度上昇 $\partial T / \partial t$ を小さくする必要がある。微小な温度変化幅では $\bar{\lambda}$ がほとんど変わらないと見なされるからである。これが成り立つと、有限の厚みの熱源の温度変化は(13)式として表わせる。(DeVries and Peck (1958))⁹⁾。

$$T(R, t) - T_0 = \frac{Q}{4\pi\bar{\lambda}} \left\{ \ln \frac{4at}{R^2} - 0.5772 + \frac{R^2}{4at} \right. \\ \left. \times \left[2 \left(1 - \frac{C^1}{\bar{C}} \right) \ln \frac{4at}{R^2\kappa} + 2 - 2\eta \frac{C^1}{\bar{C}} - \frac{\lambda}{\lambda_1} \frac{C^1}{\bar{C}} \right] \right\} \dots\dots(13)$$

ここで $T(R, t)$ は半径 R (cm) のプローブの表面温度で、 T_0 はプローブと凍土の初期温度、 Q はプローブの単位長さあたりの供給熱量 (cal/cm·sec) で、 a は見かけ温度拡散係数 ($\bar{\lambda}/\bar{C}$ cm²/sec)、 C^1 はプローブの体積比熱 (cal/cm³) である。また η は無次元化された接触熱抵抗で λ_1 はプローブ自体の熱伝導率 (cal/cm·sec·°C) となり κ は 1.7811 の定数である。

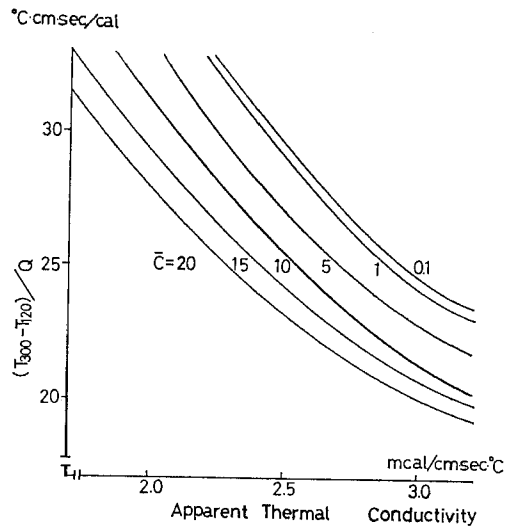
$4at/R^2 \gg 1$ とすると右辺 [] 内第3項は無視できるので(13)式はさらに次のようになる。

$$T - T_0 = \frac{Q}{4\pi\bar{\lambda}} \ln \frac{4at}{R^2} - 0.5772 \quad \dots\dots(14)$$

そこで熱を加えはじめてからの経過時間の対数 ($\ln t$) を横軸にとり、温度上昇をたて軸にとって各点をプロットすると十分に長い経過時間では直線が得られる。

この直線の傾きは $Q/4\pi\bar{\lambda}$ である。この方法によって Penner (1970)¹⁰⁾ は、加熱後2分間から10分間までを測定したが、 $4at/R^2$ は 154~768 であった。

ところで $4at/R^2 \gg 1$ となる条件で測定すると、プローブの表面温度の変化が大きくなってしまふ。これは前述の $\partial T / \partial t$ を小さくする条件と相反している。温度変化



図—1 見かけの熱伝導率 ($\bar{\lambda}$) と熱容量 (\bar{C}) との関係

たて軸: プローブへの加熱時間 120秒後と 300秒後の温度を加えた熱量で除いた値
よこ軸: 見かけの熱伝導率

幅を小さくするには、加熱量を減ずるか、短い時間で測定する必要がある。後者では $4at/R^2 \gg 1$ が成り立たないので(13)式の右辺第3項を無視できない。もしプローブが金属であり ($\lambda_1 \gg \lambda$)、完全な熱接触が成り立つなら ($\eta \rightarrow 0$)、(13)式の右辺第3項の { } 内のうしろ2項分は無視しうる。この条件で(13)式を書き直すと、(15)式が得られる。

$$T_2 - T_1 = \frac{Q}{4\pi\bar{\lambda}} \ln \frac{t_2}{t_1} + \frac{Q}{8\pi} \frac{\bar{C}R^2}{\bar{\lambda}^2} \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) \\ + \frac{QR^2}{8\pi} \frac{(C - C^1)}{\bar{\lambda}^2} \{B\} \quad \dots\dots(15)$$

ところで

$$B = \frac{1}{t_2} \ln \frac{4\bar{\lambda}t_2}{R^2\bar{C}\kappa} - \frac{1}{t_1} \ln \frac{4\bar{\lambda}t_1}{R^2\bar{C}\kappa} \quad \dots\dots(15')$$

T_2, T_1 加熱後経過時間 t_2, t_1 での温度

(15)式を解くには、あらかじめ(9)式によって \bar{C} を得ておき、(15)式にさまざまな \bar{C} の値を代入して $(T_2 - T_1)/Q$ と $\bar{\lambda}$ との関係を示す曲線群が計算によって得られる。これを図—1に示す。 T_1, T_2 は各々 120, 300 秒経過時の温度である。このときの加えた熱量 Q を知れば、その条件での \bar{C} の値 ((9)式から得ておく) の示す曲線を使って、 $\bar{\lambda}$ が図上で推定される。

4. 実験結果と考察

今までに述べた考え方が妥当かどうかを検証するには、一定の乾燥密度の土について、 0°C 近くでの次の3つの性質が既知でなければならない。それらは、温度を関数とする不凍水分量、不飽和透水係数、そして見かけ

熱伝導率である。これらの性質が実測で明らかになっている土として苦小牧シルトがある。そこでこの3つの性質の内容を次に述べる。

1) 不凍水分量と \bar{C} (見かけ比熱)

苦小牧シルトの不凍水分量は、凍結点降下法によって温度の関数として得られている (石崎, 木下 (1979))⁹⁾。その結果に最適近似曲線をあてはめて、 -10°C にまで温度範囲をひろげた関係を 図-2 に示す。乾燥密度を 1.0 g/cm^3 となるように充てんした状態で飽和時の凍結点降下は、 0.012°C であった。これは土に溶存している塩類に起因している。(9)式で \bar{C} を決めるには $d\theta_1/dT$ が既知であれば良い。そこである温度での $d\theta_1/dT$ を 図-2 から読みとって(9)式に代入すれば \bar{C} が得られる。そこで $-0.3^{\circ}\text{C} \sim -10^{\circ}\text{C}$ 範囲での \bar{C} の値をプロットして 図-3 が得られた。

2) 不飽和透水係数

含水率が大きく 0°C に近い凍土の透水係数は、共存する氷が少ないので氷による水流の阻止効果も小さい。そこで同じ含水率の未凍結土の透水係数と同じオーダーでやや小さいものと推定する。この未凍結状態での不飽和透水係数はすでに福田 (1979)⁴⁾ が実測で得ている。その結果、透水係数を土の間隙水圧 (水分張力) の関数とする実験式が示されている。

$$-\log_{10}(K) = A + B/\log_{10}(P_1) \quad \dots\dots(16)$$

$$A = 9.55, B = -6.614$$

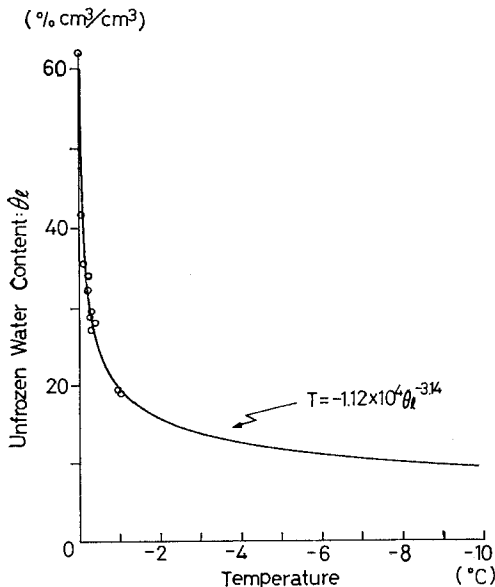


図-2 苦小牧シルトの不凍水分量
 たて軸：体積不凍含水率
 よこ軸：温度
 (石崎ら (1979) を一部改変)

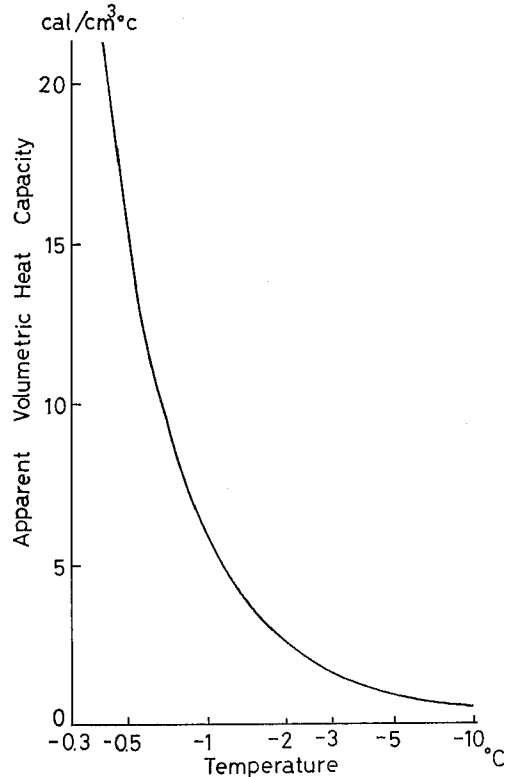


図-3 算出された見かけ熱容量
 たて軸：見かけ熱容量 (苦小牧シルト)
 よこ軸：温度
 (9)式によって計算)

ここで K (透水係数) は cm/sec で、 P_1 は $\text{cm H}_2\text{O}$ の単位である。さらに P_1 は石崎ら (1979)⁹⁾ によって報告された不飽和状態での氷点降下量と P_1 との実験式(17)によって、温度から算出して得る。

$$T = 6.1 \times 10^{-5} P_1 - 0.012 \quad \dots\dots(17)$$

凍結土と未凍結土との P_1 の関係は、Koopman and Miller (1966)¹²⁾ による次の関係式で相互に変換される。

$$\frac{P_1(\text{未凍土})}{P_1(\text{凍土})} = \frac{1/6.1 \times 10^{-5}}{H_i P_1 A / T_0} \doteq 1.31 \quad \dots\dots(18)$$

従って温度が既知であれば(17)式から凍土の間隙水圧が推定され、さらに(18)式で未凍結の間隙水圧に変換される。この値を(16)式に代入して、不飽和凍土の透水係数が得られる。

以上の手順に従って、苦小牧シルトの不飽和の凍結状態での透水係数と間隙水圧との関係を 図-4 に示す。またこれらの関係に適合する経験式として、(19)式が得られた。

$$-\log_{10} K = A' + B' \log_{10}(-P_1) \quad \dots\dots(19)$$

$$A' = 3.02$$

$$B' = 1.67$$

$$P_1 : \text{cm H}_2\text{O}$$

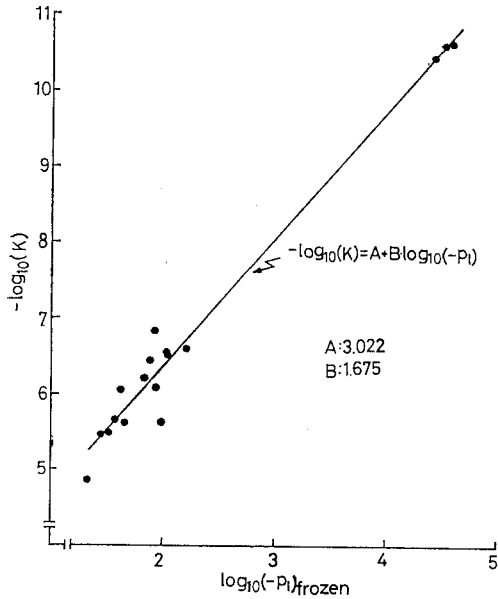


図-4 不飽和の凍結した苦小牧シルトの透水係数
たて軸：不飽和透水係数
よこ軸：凍土の間隙水圧(Pi)の常用対数値

3) 見かけ熱伝導率 $\bar{\lambda}$ の測定

$\bar{\lambda}$ の測定は次の装置と手順によった。凍土試料は内径 10 cm, 高さ 10 cm の金属容器に密度 1.0 g/cm³ となるように充てんし、-28°C のブライン中に沈浸させて凍結して作成した。-5°C ~ -10°C で冷却凍結すると、同心円状に外周から凍結面が進むにつれて、土の中心から外へ向う水流が生じて水分分布が不均一になってしまう。この状態を示したのが、図-5 と 図-6 である。直径 7.5 cm, 長さ 10 cm の円筒内に体積含水率 0.35 cm³/cm³ となるように苦小牧シルトを充てんした。外周を -5°C で冷却させたときの土試料の中心部温度変化を 図-5 に示す。この条件での円筒中心の含水率変化を

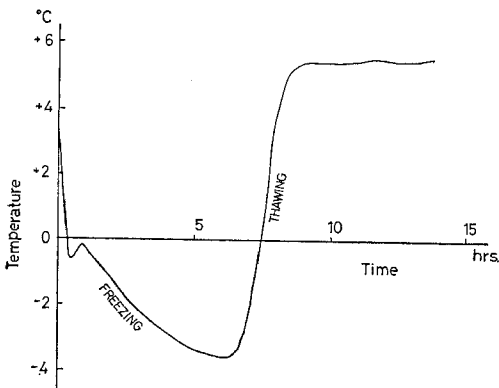


図-5 円筒中の苦小牧シルトの温度変化

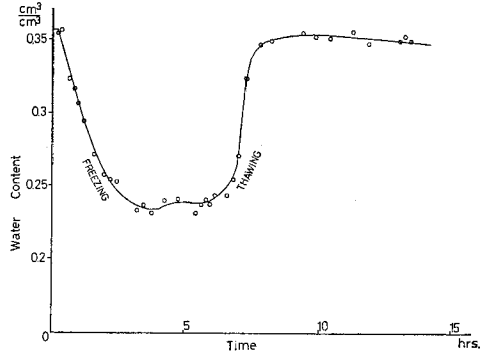


図-6 円筒中の苦小牧シルト内の水分移動
(ガンマー線水分計による測定結果)
たて軸：体積含水率

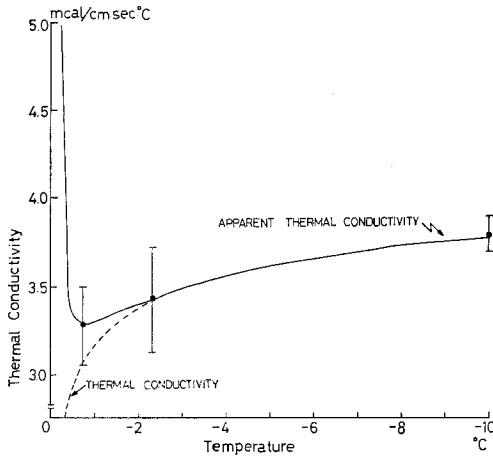
線源ガンマー線水分計で測定した (図-6)。過冷却が破れて凍結が開始すると、中心部の含水率は急減する。凍結完了時では 0.25 cm³/cm³ までに減少した。これは同心円状のより外側にある凍結面への水分移動が生じたためである。-40°C 以下の冷却温度では凍結面の進行速度が大きく、中心部の水分移動量が少ないうちに全体が凍結する。円筒状の凍土試料を用いての実験では、こうした水分の再配分分布に注意する必要がある。

円筒凍土試料の中心部に、外径 1.2 mm, 内径 0.8 mm, 長さ 10 cm のステンレスパイプ内に、コンスタン線のヒーターを入れ、中心部に熱電対をとりつけてプローブとした。凍土とプローブの熱接触抵抗を少なくするため、未凍土時にあらかじめプローブを挿入しておく。凍土試料は ±0.1°C で制御された恒温槽内のブライン溶液に浸けて置く。試料がブライン溶液と熱平衡に達するのに十分な経過時間ののちに、2.93 × 10⁻³ cal/cm·sec の熱量で中心部を加熱した。その結果プローブ表面の温度上昇は加熱終了後で 0.06°C であった。加熱開始後 120 秒から 300 秒までの温度上昇を記録した。凍土の条件は、未凍結時に体積含水率 0.48 cm³/cm³ であり、温度は -0.7°C, -2.3°C, -10.0°C で測定した。その結果を 図-7 に示す。測定は 8 回行ない、そのデータの幅と平均値が示されている。また温度を関数として計算した $\bar{\lambda}$ と λ の値を曲線としてえがいた。 λ の値は Penner (1970)¹⁵⁾ と同様に 図-2 のデータを用いて DeVries モデルで計算して得た。

熱伝導率推定のための DeVries モデルは次の式で表わされる。

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^n F_j \phi_j \lambda_j}{\sum_{j=1}^n F_j \phi_j} \quad \dots\dots(2)$$

λ_j, ϕ_j は j 成分の熱伝導率と体積率であり F_j は重みファクターである。そして(2)式として表わす。



図一七 計算された見かけ及び伝導分みの熱伝導率の温度依存性
(図中の点は実測値及びその測定幅を示す)

$$F_j = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \left[1 + \left(\frac{\lambda_j}{\lambda_1} - 1 \right) g_n \right]^{-1} \quad \dots\dots(2)$$

g_n は j 成分の形状から決定される球からの偏り因子である。連続している媒質を水と仮定し、残りの構成要素を氷・土粒子・空気とする。まず空気の熱伝導率は共存する氷の水蒸気圧が十分に小さいとして乾燥した窒素ガスの熱伝導率に等しいとした (Weast (1967))²⁰⁾。また形状も球形であるとする。氷の熱伝導率は Ratcliffe (1967)¹⁷⁾ の値を用いる。土粒子の熱伝導率および土粒子と氷粒子の形状は、 $+2^\circ\text{C}$ の飽和土と -10°C の含水率 $0.48 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ の測定値を用いて、氷と空気の共存しない場合 ($+2^\circ\text{C}$) と水の共存しない場合 (-10°C) の計算値との比較で決定した。その結果土粒子の熱伝導率は $6.0 \text{ mcal/sec}\cdot\text{cm}\cdot^\circ\text{C}$ で球状であるとした。氷の形状は Penner (1970)¹⁵⁾ と同様に回転楕円体であるとした。計算された $\bar{\lambda}$ は、温度の変化に伴う水と氷の体積比の変化に依存している。すなわち、温度が 0°C に近づくと不凍水分量が増える。水の熱伝導率は氷の約 $1/4$ なので不凍水が増加すると全体の $\bar{\lambda}$ は小さくなる。

図一七の $\bar{\lambda}$ と λ を比較すると、 -2°C 以下では凍土中の透水係数が十分に小さいため (4式で $H^2\rho^2AK/T_0 \ll 1$ となって両者はほぼ等しい。ところが -2°C 以上の温度領域では透水係数が大きくなるので $\bar{\lambda}$ は水分の移動を考慮しない λ よりもはるかに大きくなる。 -0.5°C 以上では、 $\bar{\lambda}$ は急増しており $\partial\bar{\lambda}/\partial T \rightarrow 0$ で定義される (4式は成り立たない。サーマルプローブ法によって凍土の熱伝導率を -2°C 以上に適用するには、不凍水分量と見かけ比熱 (\bar{C})、不飽和透水係数を知って (4式から $\bar{\lambda}$ を算出する手順をとる必要がある。すなわち一般に用いられている

サーマルプローブ法による熱伝導率の算出式 (4) の適用範囲外であることに注意しなければならない。

5. 結 語

非拘束で上載荷重のない不飽和凍土中の熱と水の結合した流れモデルに基づいて、サーマルプローブ法による見かけ熱伝導率 $\bar{\lambda}$ の算出方法を提案した。 $\bar{\lambda}$ は凍土中を伝導による熱輸送だけでなく、液体の水と水蒸気の流れによる潜熱の輸送の分も含んだ熱伝導方程式から導びかれた。ここで液体の水の流れは、連続する皮膜水を通じての水の流れと水の中に分散した空気中で水→水蒸気→水の相変化を伴う流れで生ずる。また水蒸気の流れは、連続した空気中で満された空隙中で生ずる。 $\bar{\lambda}$ の計算ではこの水蒸気の流れによる分は十分に小さく無視された。

サーマルプローブ法を適用して $\bar{\lambda}$ を実測したが、温度上昇を可能なかぎり小さくする必要がある。実測例は少ないが、計算値とよい一致を示した。以上のことから、 -2°C よりも高い温度領域ではサーマルプローブ法で熱伝導率を決定するには、熱と水の結合した流れモデルの適用が必要とされることがわかった。

筆者の一人 (B.D. Kay) は日本学術振興会とカナダ自然科学工学研究会による二国間文化交流の一環として、北大・低温科学研究所に招へいされた。本報告はこの間になされた共同研究成果である。ここに記して両機関へ感謝の意を表します。また本論文につきまして、その内容を詳細に検討を加えて下さいました、北大・低温科学研究所 木下誠一教授、(株)精研・故高志勤博士に深く感謝いたします。凍土機構研究の先駆的研究をなしとげられた故高志勤博士とは、B.D. Kay も直接に討論し示唆に富む多くの助言を得たことを付け加えておきます。

文 献

- 1) Anderson, D.M. and Morgenstern, N.R., 1973: Physics, chemistry and mechanics of frozen ground: A review, Proc. 2nd Intl. Conf. on Permafrost, Nat. Acad. Sci., 257—288.
- 2) Burt, T.P., 1974: A study of hydraulic conductivity in frozen soils, Ms. Thesis, Carleton Univ., 85pp.
- 3) DeVries, D.A. and Peck, A.J., 1958: On the cylindrical probe method of measuring thermal conductivity with special reference to soils. I. Extension of theory and discussion of probe characteristics, Australian J. Phys., 11, 255—271.
- 4) 福田正己, 1979: 苫小牧シルトの不飽和透水係数の測定, 低温科学・物理篇, 38, 193—195.
- 5) Fukuda, M., Orhun, A. and Luthin, J.N., 1980:

- Experimental studies of coupled heat and moisture transfer in soils during freezing, *Cold Regions Science and Technology*, **3**, 223—232.
- 6) Harlan, R.L., 1973: Analysis of coupled heat fluid transport in partially frozen soil, *Water Resources Research*, **9**, 1314—1323.
- 7) Hoekstra, P., 1966: Moisture movement in soils under temperature gradients with cold side temperature below freezing, *Water Resources Research*, **2**, 241—250.
- 8) 石崎武志・木下誠一, 1979: 上載荷重条件における凍上について, *低温科学・物理篇*, **38**, 169—178.
- 9) Kay, B.D. and Groenevelt, P.H., 1974: On the interaction of water and heat transport in frozen and unfrozen soils: I. Basic theory; the vapor phase, *Soil Science Society of America Proceedings* **38**, 395—400.
- 10) Kay, B.D., Fukuda, M., Izuta, H. and Shepperd, M.I., 1981: The importance of water migration in the measurement of the thermal conductivity of unsaturated frozen soils, *Cold Regions Science and Technology*, **5**, 95—106.
- 11) Kersten, M.S., 1963: Thermal Properties of Frozen Soil, *Proceedings of First International Permafrost Conference*, 301—305.
- 12) Koopman, R.W.R. and Miller, R.D., 1966: Soil freezing and soil water characteristics curves, *Soil Science Society of America, Proceedings*, **30**, 680—685.
- 13) Loch, J.P.G. and Kay, B.D., 1978: Water redistribution in partially frozen, saturated silt under several temperature gradients and overburden loads, *Soil Science Society of America Journal*, **42**, 400—406.
- 14) McGaw, R., 1969: Heat conduction in saturated granular materials, *High-Way Research Board Special Report* **103**, 114—131.
- 15) Penner, E., 1970: Thermal conductivity of frozen soils, *Canadian Journal of Earth Science*, **7**, 982—987.
- 16) Philip, J. and DeVries, D.A., 1957: Moisture movement in porous materials under temperature gradients, *Trans. Amer. Geophysical Union*, **38**, 222—232.
- 17) Ratcliffe, E.H., 1962: Thermal conductivity of ice, *New data on the temperature coefficient*, *Phil. Mag.*, **7**, 1197—1203.
- 18) 沢田正剛, 1979: 凍土の熱伝導率 (20～-170°C の温度範囲において), 文部省科学研究費自然災害特別研究 (I) 報告. 凍上災害の予測に関する基礎的研究, 21—32.
- 19) Sheppard, M.I., Kay, B.D. and Loch, J.P.G., 1978: Development and testing of a computer model for heat and mass flow in freezing soils, *Proc. 3rd Intl. Conf. on Permafrost*, Edmonton, Canada, 75—81.
- 20) Weast, R.C., 1967: *Handbook of physics and chemistry*, 48th ed., The Chemical Rubber Co., Cleveland, Ohio.
- 21) Williams, P.J., 1968: *Properties and behaviour of freezing soils*, Norwegian Geotechnical Inst. Publ., No. 72.

(1983. 11. 24 受理)

Abstract

The transport of heat in unsaturated frozen soils may occur by conduction and by the convective transport of sensible and latent heat arising from the flow of water in the gaseous, liquid, and solid states. Theory describing the coupled flow of heat and water in the liquid and gaseous states is used to determine the apparent thermal conductivity. Calculations suggest that, at temperatures close to 0°C, the transport of latent heat may exceed the contribution of heat flow by conduction. Under these conditions, the apparent thermal conductivity will be much greater than the thermal conductivity calculated from the thermal conductivities and volume fractions of the components.

Insufficient published data prevent a rigorous evaluation of the theory. However the functional dependence on temperature of both thermal conductivity and the apparent thermal conductivity was calculated for a Tomakomai silt at different subzero temperatures. These values were compared to the apparent thermal conductivities of this soil using the line or heat source technique. The dependence of apparent thermal conductivity on subzero temperature, as deduced from the theoretical values compares favourably with the value of temperature dependency which was observed for this soil.