

根系構造のとらえ方：フラクタル次元、空隙性 およびマルチフラクタル

巽 二郎

Fractal Methods in Root System Architecture : Fractal Dimension, Lacunarity and Multifractals

Jiro TATSUMI

Graduate School of Bioagricultural Sciences, Nagoya University

Abstract

Methods for analyzing root system architecture and root distribution in soil are reviewed in relation to fractal geometry. Fractal dimension (D) is an useful index for describing root system morphology, as well as for quantification of topological architecture of the system. Fractal lacunarity and multifractal measure are applicable to root system analysis and they may offer alternative information on root system architecture.

Key words : fractal dimension, lacunarity, multifractal, root system architecture, topology

1. はじめに

根は土壤中に発達して「根系」と呼ばれる構造体を構築する。根系の構造や分布はその機能としての養水分の吸収や植物体の支持、土壌微生物との相互作用などと密接に関わっている。最近生物学の多くの分野において、フラクタルに関する研究が活発となってきた。フラクタル幾何学は複雑な形態をもつ根系の記述に適している。この論文ではフラクタルを応用した根系構造に関する研究の中で特に測定法との関わりを中心に検討し、根系の構築構造を探る上でのフラクタルの有効性や可能性について考察する。

2. フラクタルの考え方

フラクタル幾何学 (fractal geometry) はマンデルブロによって提唱された理論で、従来のユークリッド幾何学では取り扱うことのできなかつた形を記述することができる点に特徴がある (Mandelbrot, 1982)。自然界に存在する山の稜線や、地図上の海岸線などの輪郭を調べると、いたるところで微分不可能な曲線となっている。これらの形はフラクタルと呼ばれる性質をもつ。図-1にはコンピュータで描かれたフラクタル図形が示してある

が、フラクタルな図形の重要な性質の一つが、自己相似性 (self-similarity) である。つまり図形の一部を拡大すると全体と同じような形になっている。拡大するにつれて図形の細部が際限なく見えてくる。そのためにたとえば図-1の左端のコッホ曲線では図形としての大きさは有限であるが、その長さは無限大になっている。このような図形の性質を示す方法として、拡大にともなう図形の細部の出現程度を計測することによりフラクタル次元 (D) を求めることができる。したがってフラクタル次元は図形の複雑さの程度を表す指標といえる。通常の次元とは異なり、フラクタル次元は非整数値を持つという特徴がある。図-1のコッホ曲線の D は $\log 4 / \log 3 = 1.2618\cdots$ 、シェルピンスキーのガスケットでは $D = \log 3 / \log 2 = 1.5849\cdots$ 、となっている。フラクタルが存在するユークリッド次元を d とすると、通常のフラクタル図形において決定される D は d よりも小さい。平面上に分布する点の集合や点の直線的な並びなどでは D が 0 から 1 の値をとる。不規則な曲線や輪郭では $1 < D < 2$ となる。平面を覆う特殊なペアノ曲線では $D = 2$ 、起伏のある表面では $2 < D < 3$ となる。

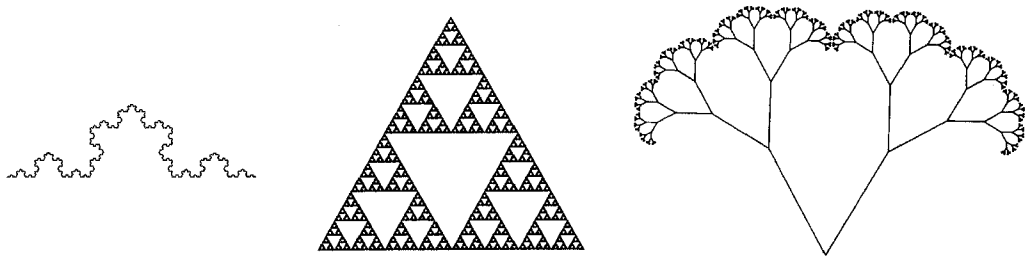


図-1 コッホ曲線 (左), シェルピンスキーのガスケット (中) およびフラクタル樹形 (右)

3. フラクタル次元の求め方

2次元平面上の図形の輪郭のフラクタル次元を測定するために用いられる方法として、コンパス法 (折れ線法), ボックスカウンティング法 (グリッド法), ダイレーション法 (膨張法), 質量法 (砂箱法) などがある (Landini, 1996)。

ボックスカウンティング法 (Box counting method): まず図形を一边 r の正方形の網目で覆う (図-2)。図形の一部が少しでも含まれる網目の数の総数 N を数える。 r の値を様々に変えてその時の $N(r)$ を求める。フラクタル図形では N と r のそれぞれの対数値を縦軸と横軸にプロットすると右下がりの回帰直線, つまりべき乗の関係が得られる。この傾きの絶対値が D となる (図-3)。つまり

$$N(r) = k \cdot r^{-D} \quad (1)$$

ここで k は定数。式(1)から決定される D をボックスカウント次元 (box counting dimension) または単にボックス次元 (box dimension) と呼ばれている (Feder, 1988)。

ダイレーション法 (Dilation method): 図形の境界を一定の長さだけ外側に膨張させる。膨張操作によって、もとの図形の細かい部分が消失して、滑らかになってくる。ダイレーションの単位長さ (エレメント) n と、ダイレーション後に変換された図形の面積 $S(n)$ との関係から次式によりフラクタル次元が求まる。

$$\frac{S(n)}{n} = k \cdot n^{1-D} \quad (2)$$

ここで k は比例定数, D はフラクタル次元である。

この方法は Flook (1978) によって開発された。菅田ら (1992) はエレメントとして長さではなく面積を用いることにより、測定上の誤差を少なくする方法を提案している。ダイレーション法はプログラムが少し複雑になるが、ボックスカウンティング法と比べて図形の配置や画素化にあたっての誤差が少ないことが報告されている (Smith et al., 1996)。

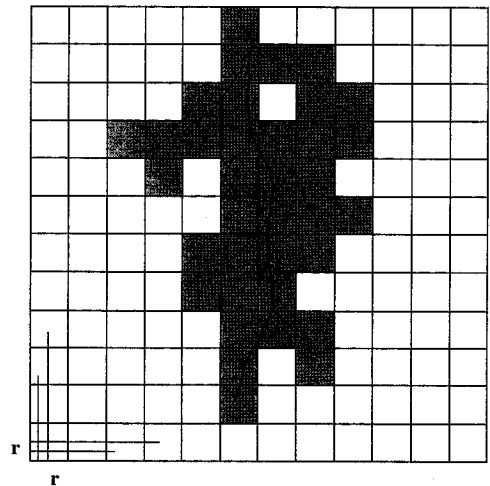


図-2 ボックスカウンティング法によるフラクタル次元の測定法

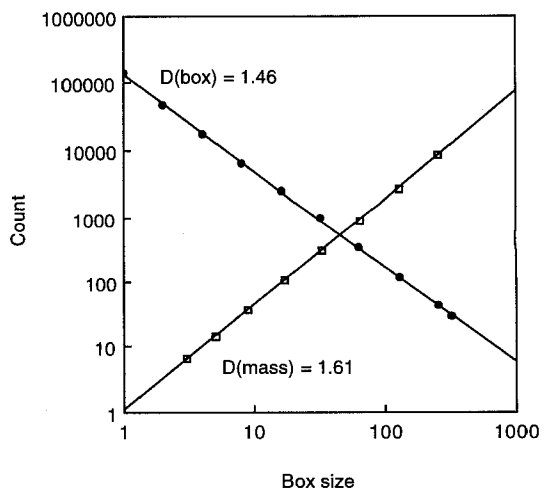


図-3 ボックスカウンティング法と質量法で測定したボックスサイズとボックス数またはボックス内の画素数との関係 (ササゲ根系)

質量法 (Mass-radius method) : 図形上の任意の点を中心にサイズの異なる円 (直径, r) もしくは正方形 (一辺, r) を置き, それらの中に含まれる画素数 (M) を数える。 r を変えて $M(r)$ を計測する。図形がフラクタルの場合, 対数グラフに r と M の計測値をプロットすると正の傾きをもった回帰直線が得られる。この傾きが求める D である (図-3)。

$$M(r) = F \cdot r^D \quad (3)$$

ここで F は係数であり, 回帰直線の y 軸切片に相当する。

この測定法はボックスカウンティング法とよく似ているが, ボックスに含まれる画素の情報を加味している点に違いがある。ボックスカウンティング法では, 測定するボックス内にたとえ海岸線が1回横切っても複数回横切っても全て1としカウントしない。いっぽう質量法では計測円もしくは正方形の中に含まれる画素の数が測定対象量として扱われている。コッホ曲線 (図-1) のような再帰的方法に従って描き出される決定論的なフラクタル (Vicsek, 1989) では, ボックスカウンティング法で得られる D (ボックス次元) と質量法で得られる D (質量次元) の両者の値は一致する。しかし, 根系などの自然界のフラクタルでは両者の D が一致しない場合が多い (表-1)。通常, 質量次元の方が大きくなる。このくい違いは, ボックスカウンティング法と質量法とは同じ図形の性質を異なる側面から評価しているために生じる。

4. 根系における D

平面上に展開した根系についてボックスカウンティング法を適用すると, 通常2オーダー以上の範囲でボックスの1辺の長さ r と $N(r)$ のそれぞれの対数値の間に直

表-1 異なる方法で求めたフラクタル次元の比較¹⁾

	ボックス法	質量法	膨張法
ガスカート ²⁾	1.552	1.594	1.441
根系 ³⁾			
ササゲ1	1.451	1.518	1.447
ササゲ2	1.464	1.518	1.459
キマメ1	1.417	1.512	1.440
キマメ2	1.364	1.462	1.379

¹⁾ ボックス法では320倍, 質量法では257倍のボックス倍率まで, 膨張法では64回のダイレーションを行い測定した。

²⁾ シェルピンスキーのガスカート (理論値は1.5849...)

³⁾ 播種後2週間の根箱栽培した根系

線的な関係が認められる (図-3)。このことは2次元に展開した根系の形がフラクタルであることを示している (Tatsumi *et al.*, 1989)。イネ科やマメ科植物において, 根箱-ピンボード法で2次元展開して調べられた多くの根系で同様な関係が認められ, 得られた D は1から2の間に分布する (Eghball *et al.*, 1993; Fitter and Stickland, 1992a; 巽, 1995; Tatsumi, 1996)。また, グロースポーチで生育した根系 (Akasaka *et al.*, 1998), 圃場から採取された土壌コア中から取出した根系の一部 (巽・鳥居, 1996), 根端培養した根 (Izumi *et al.*, 1995) などを平面展開して得られた根系像もベキ乗のスケール特性を持つことが報告されている。

ここで注意しなければならない点は, 根系をはじめとする自然界のフラクタルでは, 式(1)で示されるような r と $N(r)$ の直線関係が成り立つスケール範囲が限定されることである。決定論的なフラクタル図形は無限に拡大しても r と $N(r)$ の直線関係が保たれるが, 自然界のフラクタルでは一定限度以上の拡大や縮小を行うと構造が単純となり自己相似的な性質が失われ, r と $N(r)$ とのベキ乗の関係が成立しなくなる。つまり r の上限域と下限域が存在する。根系の場合, 通常0.2mm程度から数10mm程度にわたって良好な直線関係が確認される (Tatsumi *et al.*, 1989)。0.2mmよりも小さなスケール域での性質は明らかにされていないが, イネの根では側根 (分枝根) の直径が0.08mm~0.16mm, 根毛の直径が0.01mm程度である (森田, 1998) ことから考えて, r の下限域は0.2mmより小さいと想像される。このスケールを越えて拡大を続けると根系としての構造が消失することになる。いっぽうボックスの1辺の長さ r が数十mmを越えてさらに増加するとボックスのサイズが根系の広がりより大きくなり, N のカウントがついには1となる。それ以上 r が増加しても N は減少しない。このように r の上限域は, 根系の広がりによって規定される。

根系について求めた D は数学的に厳密な D ではなく, 経験的 (empirical) な D ということができる。コッホ曲線などのフラクタルにおいては, 厳密な自己相似性が成り立つ。しかし根系では, 拡大/縮小した形がもとの形に「似ている」だけである。つまり自己相似といっても統計的な意味でのことである。このような不規則なフラクタルを記述するには, 自己相似性よりもスケール不変性 (scale-invariance) という用語を用いた方がより妥当である (Vicsek, 1989)。

根系の D をボックスカウンティング法で求める際に, 上・下の限界域より外側のデータを除いて $r \sim N(r)$ のプロットを回帰直線で近似するが, その際1本よりも2

本の直線で近似した方がより高いフィットに見える場合がしばしばある。図-4 はダイズの根系について測定した例を示す (Tatsumi, 1996)。11 mm 付近を境にして2本の回帰直線で近似すると、それより高倍率 (r が小) での傾きは 1.55、それより低倍率 (r が大) での傾きは 1.83 と計算される。この根系では 11 mm 付近を境界にしてそれより小さな構造に関して $D=1.55$ のフラクタル次元を有し、それより大きな構造については $D=1.83$ の次元を有すると解釈できる。このような例は、ボックスカウンティング法で測定されたつる性の植物の地上部 (Morse *et al.*, 1985) や血管 (松尾, 1992) においても指摘されている。根系において見いだされる2つの D は、生長の経過とともに相互に密接な関係を保って変化すると予想される。しかし、高倍率で求めた D は根系の生長とともに非常に緩やかに低下し、一方低倍率での D は急速に増加することが示されている (巽ら, 1995)。また根系の生長速度が変化した場合、低倍率での D は高倍率の D よりも敏感に変化する。傾きの異なる回帰直線がオーバーラップするスケール域は構造的に異なる性質が相接する特異常とも位置づけられ (Sugihara and May, 1990)、根系形態がスケール的な性質の異なる複数の構築ルールによって形成されていると仮定すれば以上の結果がよく理解できる。しかしこの点に関する研究は少なく、今後さらに検討されねばならない。

5. 根系の D とトポロジー

D で示される根系の複雑さの程度は、根系の分布特性を強く反映するものであるが、根系構造を直接記述するものではない。しかし、根系の構造はその分布特性を媒介として D と間接的に関連しているであろう。根系にお

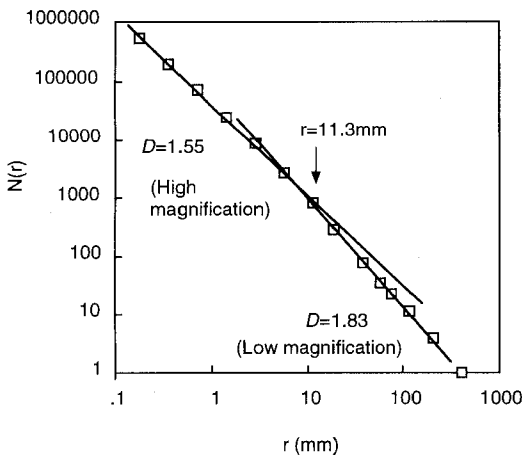


図-4 2本の回帰直線を用いた近似 (ダイズ根系)

ける D の構築構造的な意味を明らかにすることは根のフラクタル解析を進展させる上で必須である。根系の構造 (構築構造) を定量的に評価する方法の一つとしてトポロジーを利用したアプローチがある (Fitter and Stickland, 1991)。簡単に述べると次のようである。

分枝した根をリンク (link) の集合体と考える (図-5)。1本のリンクは隣り合った分枝点どうしを結ぶ根軸、または根端と分枝点を結ぶ根軸に相当する部分である。リンクには根端を有する外部リンク (exterior link あるいは external link) と根端を持たない内部リンク (interior link あるいは internal link) とが区別できる。根系の基部から順にリンクを経由して、ある1つの根端までたどった場合、最大のリンクを必要とする経路のリンク数を Altitude (a) とする。根系基部から各根端のリンクにいたるのに必要な経路リンク数の合計を Total exterior pathlength (Pe) とする。いま図-5のような、システムサイズすなわち根端数 (μ) が同じであるが分枝状態が両極端に異なる根系として魚骨型 (左) と二分岐型 (右) を考える。計算で求められる a と Pe はそれぞれ 4 と 13 および 3 と 12 となる。このように a と Pe を指標として、同じ根端数を有していても分枝状態が異なる根系を定量的に区別することが可能になる。これらのパラメータはシステムサイズに従属しているので、根端数の異なる根系を相互に比較するためにはシステムサイズの影響を消去する必要がある。そのためにランダム分枝モデルを導入する。ランダム分枝における a と Pe の期待値 $E(a)$ と $E(Pe)$ を各 μ について求めることができる。根端数 (μ) をもつ根系で得られた a と Pe をそれ

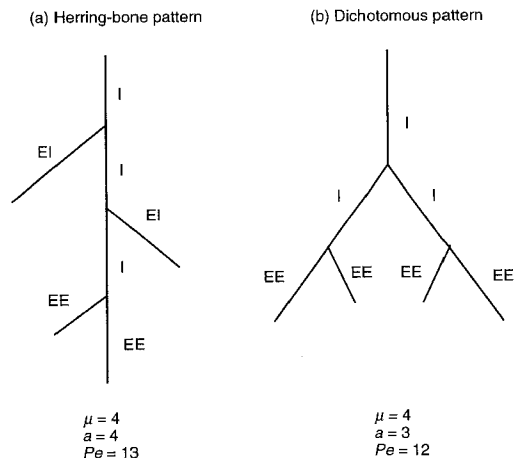


図-5 魚骨型 (a) と二分岐型 (b) 根系におけるトポロジー
I は内部リンクを、EI と EE は外部リンクを示す。

ぞれ同じ μ での $E(a)$ と $E(Pe)$ を基準とした指標で示せばシステムサイズの違いを消去できる。このようにしてトポロジー指数 $a/E(a)$ および $Pe/E(Pe)$ が得られる。 $a/E(a)$ および $Pe/E(Pe)$ はそれぞれ魚骨型で最大となり、二叉分枝型で最小値となる。通常の根系はこの両者の間の値をとることになり、トポロジー指数の大きさを比較することによって根系の分枝状態を定量化することができる。

トポロジー指数と D との関係解析した研究はまだ少ない。マメ科作物の根系では、 D と根端数、根長との間に高い正の相関が存在するが(巽, 1995)、いっぽう D とトポロジー指数との間には高い負の相関が認められる(Tatsumi, 1996)。後者の相関は、生長速度の低下した根系では消失することなどから、構築構造の変化が根の分布パターンを媒介として D に反映されることが示された(Tatsumi and Takagai, 1997)。Fitter and Stickland (1992 a) は牧草類の根系を調べ、発育時期によって根系の D とトポロジーとの関係が変化すると指摘している。根の分枝習性は植物種によって様々である。根系のトポロジーと D の関係について、さらに多くのデータの集積が必要である。

6. その他のフラクタル測度

1) **Lacunarity (L)**: Mandelbrot (1982) がすでに指摘しているように、 D の値のみで図形の形態のすべての情報を代表させるには十分でない。 D は単に形の複雑さの程度を示すだけで、どのような形かという情報は与えてくれない。 D が同じか極めて近い値を示す場合であっても、その形が大きく異なる場合が知られている(Smith *et al.*, 1996)。図-6 はケツルアズキ (blackgram) とササゲの根系である。両者のボックス次元を測定すると、それぞれ 1.44 という同じ値が得られる。しかし、直感的に根の分布がかなり異なっているのがわかる。 D で記述されないフラクタル的な性質を示すために Mandelbrot (1982) は lacunarity (空隙性) という概念を提出している (lacunarity の訳語については、広中ら (1985) にしたがった)。Lacuna はラテン語で隙間や空隙を意味する。空隙性は図形に含まれるギャップにもとづく影響を記述した測度であり、フラクタルにおけるテクスチャーに関係する性質である。

空隙性を計算するためのいくつかの方法が提案されているが、それぞれに長所と短所が存在する (Allain and Cloitre, 1991)。Landini ら (1995) は次のようにして網膜の血管分布の空隙性を求めた。

質量法において D を求めるために用いた式 (3) の右辺の係数 F は、両対数グラフの回帰直線の y 軸切片に相

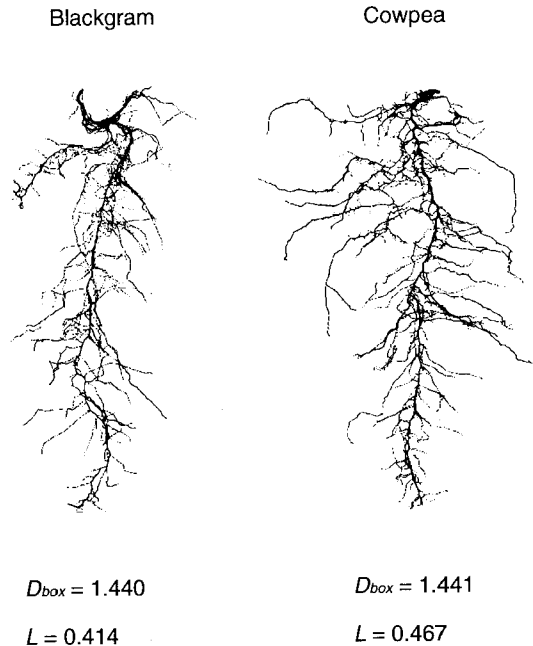


図-6 播種後2週間目のケツルアズキ (左) とササゲ (右) の根系
図中の D はボックス法で求めたフラクタル次元、 L は質量の変動係数との関連で求めた空隙性を示す。

当する。いま測定しようとする図形上の様々な場所を中心に質量法で $r-M(r)$ 関係を測定すると、回帰直線から得られる F が場所によって変動するだろう。この変動は観測する範囲に存在するギャップの大きさや数の分布と関係している。質量の係数に関連する空隙性 Λ として Mandelbrot (1982) が与えた式に F を当てはめて次のような空隙性の計算式が得られる。

$$\Lambda = \left\langle \left(\frac{F}{\langle F \rangle} - 1 \right)^2 \right\rangle \quad (4)$$

ここで $\langle \rangle$ は期待値を示す記号。

この2次式は観測される質量と期待される質量との違いを示している。空隙性が高い場合は F と $\langle F \rangle$ との差が大きくなり Λ が大きくなる。いっぽう空隙性が低い場合は F と $\langle F \rangle$ との差が小さくなり、両者の比が1に近づく。したがって Λ が0に近づく。たとえば図形が直線や円などの場合、その上のどの場所を中心に測定しても F は変動せず、したがって期待値の F と測定値の F とは一致する。よって $F/\langle F \rangle$ の比は1となり、空隙性 Λ はゼロと計算される。

いっぽう Smith ら (1996) は次のようにして神経細胞の形態の空隙性を求めた。図形上の任意の点を中心とし

であるサイズのボックス (円または正方形) を置き、その中に含まれる質量としての画素数を数える。計測される画素数はボックスの中心の位置する場所によって変動するだろう。図形上のある点 p を中心とした 1 辺 r の正方形のボックス内に観測される画素数は、 p の位置が隙間の多い領域に近づくほど小さくなり、逆に p の位置が図形が密に分布する領域に近づくほど大きくなる。図形上のたくさんの場所において、一定サイズのボックスを用いて測定をくり返し、画素数 M の変動係数 (CV, coefficient of variation) を求める。式 (3) より M は r の関数であり、ボックスの大きさ r に依存して変化する。ボックスサイズを広い範囲で変化させて、それぞれのサイズにおける測定値 M の CV を求める。求める空隙性 L はこれらの各スケールにおいて得られた CV の平均値で表される。これは、質量の変動係数との関連で定義される空隙性である。

図-7 中の数字には、このようにして求めた直線、シェルピンスキーのガスケット、フラクタル樹形、および播種後 2 週間目のササゲ根系における CV の平均値から求められる空隙性 L を示してある。直線では L が 0.04 と理論値の 0 に近いが完全に 0 とはならない。図-1 に示したシェルピンスキーのガスケットでは 0.14、フラクタル樹形では 0.31、ササゲ根系では 0.47 という値が得られる。シェルピンスキーのガスケットとササゲ根系について求められた D はそれぞれ 1.59 と 1.57 で非常に接近しているが、 L を指標に見ると大きな差が認められ

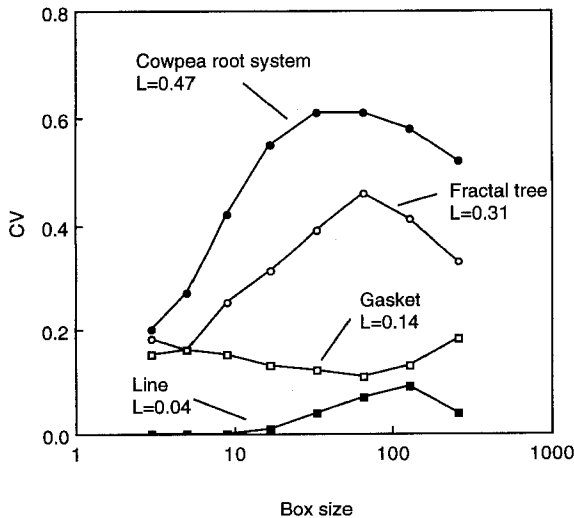


図-7 各ボックスサイズにおける画素数の変動係数 (CV) およびその平均値から求めた空隙性 (L)
100 反復測定による。

る。

完全な自己相似図形ではボックスサイズ r が変化しても CV は一定のはずである。シェルピンスキーのガスケットでは予想されるように測定した r の全範囲で CV はほぼ一定である (図-7)。直線図形ではボックスサイズが 9 ピクセルまでは CV が 0 であるが、それ以降は増加の傾向を示す。これは測定に供した直線に両終端が存在するために生じた測定誤差である (Obert, 1993)。したがって理論値の 0 よりわずかに大きい値が得られている。いっぽうフラクタル樹形やササゲ根系の CV は r に依存して大幅に変動している。これは測定上の誤差のためだけではない。この変動の主な理由は、これらの図形が一樣でないフラクタル (nonuniform fractal) のために生じたと考えられる (Mandelbrot, 1982)。たとえば、フラクタル樹形の場合、幹に相当する部分では直線が主体で単純な形であるが、樹冠部では複雑な形をしている。当然測定値が場所によって大きく変動するであろう。Keller と Chen (1989) は樹皮やウールなどの、 D だけでは明瞭に区別し難いがテクスチャーが明らかに異なる画像について、確率分布による空隙性を検討した。その結果ボックスサイズの関数として示される空隙性の変化のパターンが、テクスチャーの違いを示すことを明らかにしている。

エイジや発育程度の異なるインゲン根系について、 L と D の関係を調べると、全体として両者に負の相関 ($r = -0.72$) が認められる (図-8)。いっぽう神経細胞においても比較的高い負の相関が報告されている (Smith *et al.*, 1996)。全体として L と D の両者は相互に深く関連していると考えられる。しかし、図-5 で見たように、同じ D を示す 2 つの根系形態の違いを区別するための指標として空隙性が有力な候補の一つとなるであろう。

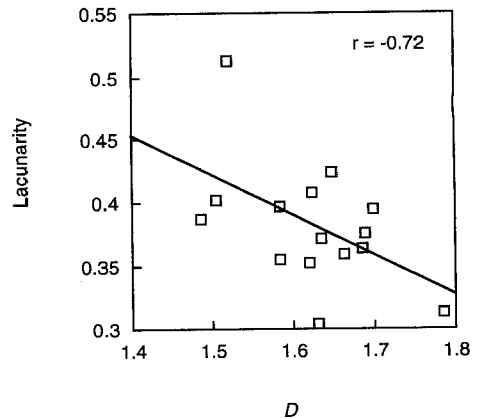


図-8 質量次元と空隙性との関係 (インゲン根系)

2) マルチフラクタル (Multifractal) : 質量法によって図形のさまざまな部位における比較的狭い範囲 (ここでは 65×65 画素の範囲) を測定して得られる局所的なフラクタル次元 (D_{local}) を図-1のコッホ曲線とフラクタル樹形について求め、その分布を示したものが図-9である。コッホ曲線では比較的狭い範囲内に D が分布しているが、樹形では D が幅広く分布している。理論的にはコッホ曲線の D 分布は1点に収束するはずであるが、この測定では、印刷した図形をスキャナで取り込んで計測したので測定上の誤差からデータにばらつきが出ている。測定値を平均して求めた D は1.28であり、コッホ曲線の理論的な D である1.2618と比較して1.6%ほどの差がある。

図-1の図形を見てすぐ判ることだが、コッホ曲線では両端付近以外の図形上のどの位置に測定中心をもってきても、測定エリア内には同じ形が出現する。しかし樹形の場合には測定するエリアを幹の根元に持ってくると単純な形となり、当然低い D を示すことになる。逆に良く繁った樹冠の部分では高い D が期待される。一様でないフラクタルでは局所的なフラクタル次元が測定場所に依存して変動することが知られている。このように一つの D の代わりに局所次元のスペクトルによって図形の性質を示すことができる。これはマルチフラクタル的なアプローチである (Landini, 1996)。

図-10はダイズ根系について D_{local} を質量法で測定してランク分けし、出現頻度の分布パターン、すなわちマ

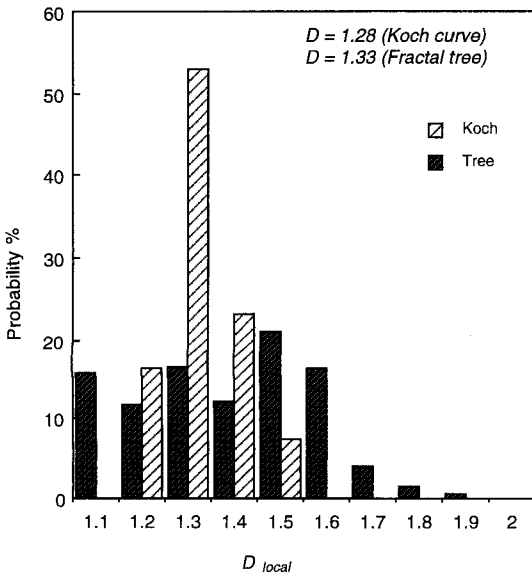


図-9 フラクタル図形における局所次元のスペクトル

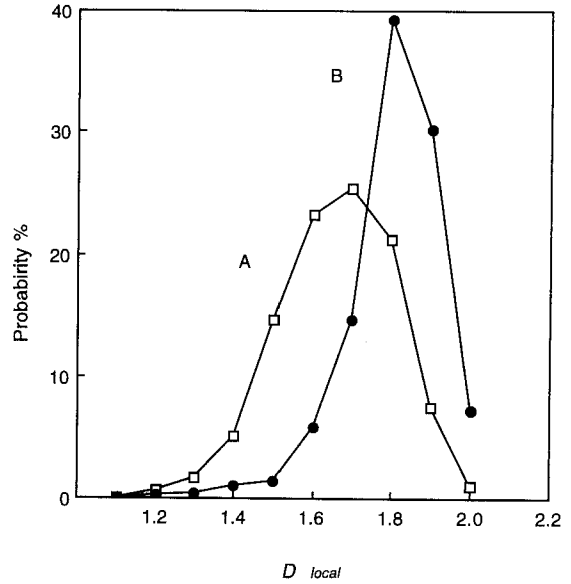


図-10 2つのダイズ根系 (A, B) における局所次元のスペクトルの違い

ルチフラクタルスペクトルを示したものである。Aの根系では D_{local} が幅広く分布しているのに対して、Bの根系では分布が集中してピークが高い。このような分布特性の差異を調べることによって、大域的 (global) な D で示し得ない根系のフラクタル的な特徴の違いを示すことができる。すなわち D_{local} の分布の広い根系ではマルチフラクタル的な性質が強いということである。根箱に生育したダイズについて調べた結果によると、全体的に一樣に良く発達した根系では D_{local} の分布は集中的でモード値の頻度が高く、モード値をはさんで左右に比較対称的に分布するが、未発達な部分を多く有する根系では、モード値そのものと頻度が低下し、分布が幅広い傾向を示す (巽, 未発表)。 D_{local} を平均して得られる質量次元は根系全体の大域的なフラクタル次元にほぼ相当する。

空隙性やマルチフラクタルを取り入れた解析法は、根系の構築構造をより詳細に把握する上で有効だと考えられる。トポロジーとの関係を含めてさらに検討される価値があろう。

7. 3次元における根系のフラクタル

以上触れてきた主題は根系を平面上に展開して得られる投影像に関してであった。これ以外に、根系のフラクタルをめぐってさまざまな課題が存在している。根系の一部と全体との関わりの問題、3次元における根系のフラクタル、フラクタルモデルを利用したシミュレーション

ンなどである。

このなかで特に今後検討されなければならない問題が、根系の3次元的な取扱いである。土壌断面に出現する根系をトレースする方法は、実際の根の土壌中での配置を良く保存している点において、根箱-ピンボード法で採取した根系像よりも優れている。しかし逆に根箱-ピンボード法では根系全体を把握できる点で有利である。Berntson (1994) は根箱栽培した根系の平面投影像から求めた D は、根系像の過度の単純化のために根の生長の違いを十分表現できない場合があると指摘している。田中ら (1990) は立方体の根箱に栽培したサイズの根系を調べ、その3次元的な分布がフラクタルであることを明らかにした。中道ら (1998) はダットンソバの根系を立体的に解析し、根系の水平断面と垂直断面のフラクタル次元の間に高い相関が得られたと報告している。Eshel (1998) は矮性トマトの根をゼラチンに埋包し、3 mm 毎にスライスして断面に現れる根系のフラクタル次元を調べた。Nielsen ら (1997) はモデル化したトマト根系を用いて、1次元、2次元および3次元における根系のフラクタル次元の相互関係を調べ、根系の2次元断面から3次元におけるフラクタル次元を正確に推定可能であると指摘している。

8. おわりに

根系研究の大きな目的の一つに圃場土壌中における根の分布の正確な把握がある。この目的のために、圃場にライゾトロンを設置したり、深い塹壕を掘ったりする。しかし、多大な資金と労力を払って調べられた根の分布に関する貴重なデータが、土壌中の3次元根系の特性を定量的に把握するために十分有効に利用されてきたとは言いがたい (Fitter and Stickland, 1992)。フラクタルによる解析はこの問題を乗り越えるための有力なプローブの一つである。根系構造とフラクタル測度との関係を解きほぐす努力を通じて、土壌中の根系構造の体系的な理解が一層進展するであろう。

引用文献

- Akasaka, Y., M. Mii and H. Daimon (1998): Morphological alterations and root nodule formation in *Agrobacterium rhizogenes*-mediated transgenic hairy roots of peanut (*Arachis hypogaea* L.). *Ann. Bot.* **81**: 355-362.
- Allain, C. and M. Cloitre (1991): Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Physic. Rev. A* **344**: 3552-3558.
- Berntson, G.M. (1994): Root system and fractals: How reliable are calculations of fractal dimensions?. *Ann. Bot.* **73**: 281-284.
- Eghball, B., J.R. Settini, J.W. Maranville and A.M. Parkhurst (1993): Fractal analysis for morphological description of corn roots under nitrogen stress. *Agron. J.* **85**: 287-289.
- Eshel, A. (1998): On the fractal dimension of a root system. *Plant Cell Environ.* **21**: 247-251.
- Feder, J. (1988): *Fractals*. Plenum Publishing, New York (フラクタル, 松下貢・早川美徳・佐藤信一訳, 啓学出版, 1991).
- Fitter, F.A. and T.R. Stickland, (1991): Architectural analysis of plant root systems 2. Influence of nutrient supply on architecture in contrasting plant species. *New Phytol.* **118**: 383-389.
- Fitter, F.A. and T.R. Stickland, (1992 a): Fractal characterization of root system architecture. *Funct. Ecol.* **6**: 632-635.
- Fitter, F.A. and T.R. Stickland, (1992 b): Architectural analysis of plant root systems III. Studies on plants under field conditions. *New Phytol.* **121**: 243-248.
- Flook, A.G. (1978) The use of dilation logic on the quantimet to achieve fractal dimension characterization of textured and structured profiles. *Powder Tech.* **21**: 295-298.
- 菅田栄一・土門正治・佐々木武仁 (1992): 血管の分布とフラクタル, 医学・生物学におけるフラクタル (松下貢編著), 朝倉書店, 東京. 21-33.
- Izumi, Y., Y. Kono, A. Yamauchi and M. Iijima (1995): Analysis of timecourse changes in root system morphology of rice in excised root culture. *Jpn. J. Crop Sci.* **64**: 626-643.
- Keller, J.M. and S. Chen (1989): Texture description and segmentation through fractal geometry. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* **45**: 150-166.
- Landini, G., P.I. Murry and G.P. Misson (1995): Local connected fractal dimensions and lacunarity analyses of 60° fluorescein angiograms. *Invest. Ophthalmology Visual Sci.* **36**: 2749-2755.
- Landini, G. (1996): Applications of fractal geometry in pathology. In *fractal geometry in biological systems, an analytical approach*. (P. M. Iannaccone and M.K. Khokha, eds.), CRC Press, Boca Raton. 203-246.

- Mandelbrot, B.B. (1982): The fractal geometry of nature. W.H. Freeman & Company, New York (広中平祐監訳, フラクタル幾何学, 日経サイエンス, 1985).
- 松尾 崇 (1992): 血管の分布とフラクタル, 医学・生物学におけるフラクタル (松下貢編著), 朝倉書店, 東京, 51-65.
- Morse, D.R., J.H. Lawton, M.M. Dodson and M.H. Williamson (1985): Fractal dimension of vegetation and the distribution of arthropod body lengths. *Nature* **314**: 731-733.
- 森田茂紀 (1998): 根毛, 根の事典 (根の事典編集委員会編), 朝倉書店, 東京, 7-8.
- 中道英人・井上直人・俣野敏子 (1998): ダットンソバ根系の立体配置の解析手法. 北陸作物学会報 **33**: 121-125.
- Nielsen, K.L., J.P. Lynch and H.N. Weiss (1997): Fractal geometry of bean root systems: Correlations between spatial and fractal dimension. *Amer. J. Bot.* **84**: 26-33.
- Obert, M. (1993): Numerical estimates of the fractal dimension D and the lacunarity L by the mass radius relation. *Fractals* **1**: 711-721.
- Smith, T.G. Jr., G.D. Lang and W.B. Marks (1996): Fractal methods and results in cellular morphology - dimensions, lacunarity and multifractals. *J. Neuro. Method* **69**: 123-136.
- Sugihara, G. and R.M. May (1990): Applications of fractals in ecology. *Tree* **5**: 79-86.
- 田中典幸・有馬 進・原田二郎・三原 実 (1990): ダイズの根系構造に関する研究-パイプモデルと相似性について. 日作紀 **59** (別1): 252-253.
- Tatsumi, J., A. Yamauchi and Y. Kono (1989): Fractal analysis of plant root systems. *Ann. Bot.* **64**: 499-503.
- 巽 二郎 (1995): フラクタル解析による根系分布パターンの定量的評価. 日作紀 **64**: 50-57.
- 巽 二郎・高貝公一郎・弘 央子 (1995): インゲンマメ根系のフラクタル構造: 異なるスケール範囲における次元の挙動. 日作紀 **64** (別1): 90-91.
- Tatsumi, J. (1996): Fractal analysis of root distribution. In *Dynamics of Roots and Nitrogen in Cropping Systems of the Semi-Arid Tropics* (O. Ito *et al.* eds.), JIRCAS, Tsukuba. 547-557.
- 巽 二郎・鳥居美香 (1996): 作物の根の分布のダイナミクスに関する研究 1. 土壌コアに含まれる水稻根形態のフラクタル特性. 日作紀 **65** (別2): 291-292.
- Tatsumi, J. and K. Takagai (1997): Fractal characterization of root system architecture in legume seedlings. *Fractal Frontiers* (M.M. Novak and T. G. Dewey, eds), World Scientific, Singapore. 359-365.
- Vicsek, T. (1989): Fractal growth phenomena. World Scientific, Singapore (フラクタル成長現象, 宮島佐介訳, 朝倉書店, 1990).

受稿年月日: 1999年1月25日

受理年月日: 1999年3月19日