

シリンダーに充填した土壌の熱拡散係数を 簡易に推定する方法

登尾浩助*・徳本家康**・向井田善朗***

Estimating Thermal Diffusivity of Soil Packed in a Cylinder Using
an Analytical Solution

Kosuke NOBORIO*, Ieyasu TOKUMOTO** and Yoshiaki MUKAIDA***

*** Faculty of Agriculture, Iwate University, Morioka 020-8550, Japan

** United Graduate School, Iwate University, Morioka 020-8550, Japan

* Present address : School of Agriculture, Meiji University, Kawasaki 214-8571, Japan

Abstract

Soil thermal properties are critical to many processes. For example, germination, crop growth, and nitrification depend on soil temperature, which is determined by thermal properties. Thermal properties are usually measured in situ using specially designed probes that enclose a heat source. Here we propose and validate an alternative method for estimating soil thermal diffusivity, based on changes in temperature at the center of a soil core subjected to changing thermal boundary conditions. This method formerly required numerical analysis because no analytical solution was known; here we present an analytical solution. Estimates of thermal diffusivity of an Andisol at various moisture levels, obtained using the new method, compared favorably to results derived with the conventional probe method, showing that the new method constitutes a viable alternative.

Key words : Andisol, thermal properties, cylinder method, probe method, analytical solution

1. はじめに

土壌の熱的性質を測定することは、様々な分野から重要である。例えば、農業においては種子の発芽や作物の生長は地温に大きく左右される。また、硝化・脱窒等の微生物学的化学反応も地温の影響を受ける。更に、土壌に廃棄された汚染物質の移動や反応も地温の影響を受けると予想される。地温の変化は土壌の熱的性質によって決定される。

土壌の熱伝導率の測定には、単一プローブ法 (Shiozawa and Campbell, 1990) およびその改良型の子型プローブ法 (Kasubuchi, 1978) が、また、熱伝導率、体積熱容量、熱拡散係数の測定には双子型熱パルスプロ

ブ法 (Bristow *et al.*, 1994) が用いられることが多い。近年、望月ら (2003) は種々のプローブ法による熱伝導率測定値の比較を報告している。また、登尾 (2005) は、双子型熱パルスプローブ法と TDR (time domain reflectometry) 法を組み合わせたサーモ TDR 法を使った土壌中の汚染物質濃度検出法を提案している。これらのプローブ法は、プローブに内蔵したヒーターを既知の電力によって加熱する必要があるため、特殊なプローブを使わなくてはならない。しかし、データ解析は比較的単純である。

Riha *et al.* (1980) は土壌に挿入した加熱あるいは冷却したアルミニウム棒の温度変化を、また Noborio and McInnes (1993) はアルミニウムシリンダーに充填した

*** 岩手大学農学部 〒020-8550 盛岡市上田 3丁目 18-8

** 岩手大学大学院連合農学研究科

* 現住所：明治大学農学部 〒214-8571 川崎市多摩区東三田 1-1-1

キーワード：黒ボク土、熱的性質、シリンダー法、プローブ法、解析解

土壌の温度変化を測定することによって熱拡散係数を測定した。彼等の実験装置は非常に単純であるが、解析に数値解法を使った逆解析を行う必要がある。しかし、数値解法による逆解析では、解析に時間がかかったり、適当なソフトウェアが入手しにくかったりする。

学部学生用の実験において土壌の熱的性質を測定する際には、実験装置と解析法の両方が簡単であることが望ましい。本研究では、シリンダーに充填した土壌の温度変化を測定し、解析解を使ってデータを処理することで熱拡散係数を推定する方法を紹介する。

2. 実験材料と方法

土壌試料には、岩手大学下台圃場から採取した黒ボク土(砂 43.3%, シルト 28.5%, 粘土 28.2% : 軽埴土)を風乾後、2 mm フルイを通ったものを使った。密閉式プラスチックバッグの中で体積含水率 (θ) を風乾, 0.1, 0.2, 0.3 m^3/m^3 に調整して良く混合した後、室温と平衡に達するように1時間ほど放置した。

2.1 シリンダー法

ここでは Noborio and McInnes (1993) が報告した実験法に倣った。含水率を調整した土壌をアルミニウム製シリンダー(半径 $a=5\text{cm}$, 長さ 24 cm) に均等になるように充填した。このときの乾燥密度は $1.0\sim 1.1\text{ Mg}/\text{m}^3$ であった。シリンダーの両端はゴム栓で密封して恒温水槽(約 33°C) にシリンダー全体を浸した。シリンダーの長さ方向と直径方向の中心部には T 型熱電対を配置して、土壌温度 T ($^\circ\text{C}$) を 15 秒ごとに測定した(図-1)。測定にはデジタル温度計(横河 M&C(株) 社製 TX1001)を使用した。シリンダー内の土壌温度 T ($^\circ\text{C}$) が恒温水槽の水温 T_0 ($^\circ\text{C}$) とほぼ等しくなるまで土壌温度を記録した。恒温水槽と土壌の初期温度の差は、約 10°C であった。

無限長シリンダー内における温度変化は、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (1)$$

と表され、ここで T は温度 ($^\circ\text{C}$)、 κ は熱拡散係数 (m^2/s)、 r はシリンダー中心からの距離 (m)、 t は時間 (s) である (Carslaw and Jaeger, 1959)。土壌の初期温度 $T = T_i$ ($^\circ\text{C}$) とし、シリンダーの外側の温度が一定であるという境界条件 $T = T_0$ ($^\circ\text{C}$) で式(1)を解くと次のような解析解を得る (Carslaw and Jaeger, 1959, p.199)。

$$T_r = \frac{T - T_i}{T_0 - T_i} = 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\beta_n^2 \frac{\kappa t}{a^2}\right) \frac{J_0(r\beta_n/a)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \quad (2)$$

ここに、 T_r はシリンダー中心部の相対土壌温度、 a はシ

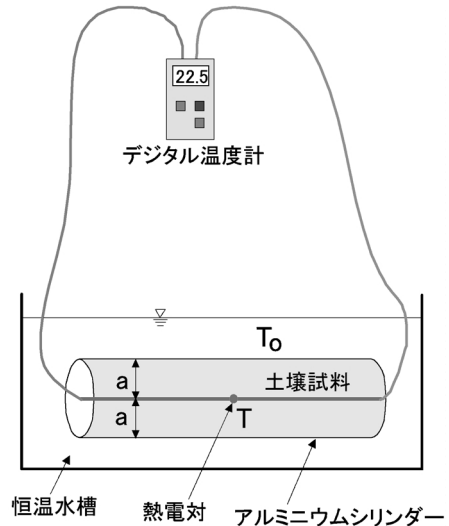


図-1 シリンダー法による土壌温度変化の測定。ここで、 T は土壌温度 ($^\circ\text{C}$)、 T_0 は恒温水槽の水温 ($^\circ\text{C}$)、 a はシリンダーの半径 (m) である。

Fig. 1 Measuring changes in soil temperature using a cylinder packed soil method where T is the soil temperature ($^\circ\text{C}$), T_0 the temperature of a water bath ($^\circ\text{C}$), and a the radius of a cylinder (m).

リンダーの中心から境界までの距離(即ち、シリンダー半径) (m)、 J_0 と J_1 はそれぞれ 0 階と 1 階の第 1 種ベッセル関数、また、 β_n , $n=1, 2, \dots, \infty$ で $J_0(\beta) = 0$ の解である。シリンダー中心部(即ち、 $r=0$)における相対土壌温度 T_r の変化は、Carslaw and Jaeger (1959) の図 24 (p.200) から表-1 のように表される。表-1 に示される T_r の値になる測定時間 t から t/a^2 を計算し、そのときの $\kappa t/a^2$ の値に対して $y = \alpha x$ で直線回帰する。この回帰直線の傾き α が熱拡散係数 κ である。直線回帰には、表計算ソフト (Microsoft Excel 2000) を使用した。

2.2 プローブ法

水分調整した土壌試料を乾燥密度が $1.0\sim 1.1\text{ Mg}/\text{m}^3$ となるようピーカーに充填した。ヒーターと T 型熱電対をステンレスチューブ(直径 1.5 mm, 長さ 100 mm) に内蔵した単一プローブ(ノースハイテック社製 IDL-1600) を土壌表面から鉛直方向に挿入した。ヒーター抵抗は 16Ω であった。ヒーターに電圧 3V を 100 秒間印加して、プローブの温度変化を 10 秒間隔でデジタル温度計を使って測定した。

Fontana *et al.* (2001) は、単一プローブを用いて熱伝導率に加えて熱拡散係数を測定する次のような方法を提

表-1 Carslaw and Jaeger (1959) の図 24 から読み取った相対温度 T_r と $\kappa t/a^2$ の関係。ここで、 κ は熱拡散係数 (m^2/s)、 t は経過時間 (s)、 a はシリンダー半径 (m) である。

Table 1 Relationships, read from Fig. 24 of Carslaw and Jaeger (1959), between relative temperature, T_r , and $\kappa t/a^2$ where κ is the thermal diffusivity (m^2/s), t the elapsed time (s), and a the radius of a cylinder (m).

$T_r = \frac{T - T_i}{T_o - T_i}$	$\frac{\kappa t}{a^2}$
0.005	0.04
0.03	0.06
0.084	0.08
0.152	0.10
0.338	0.15
0.50	0.20
0.72	0.30
0.843	0.40
0.95	0.60
0.985	0.80

案した。

$$T - T_i = \frac{q}{4\pi\lambda} \left[\ln(t) - \gamma - \ln\left(\frac{R^2}{4\kappa}\right) \right] \quad (3)$$

ここに、 q はヒーターに与えた熱量 (W/m)、 λ は熱伝導率 (W/m/K)、 γ はオイラー定数 (0.5772)、 R はプローブ半径 (m) である。式(3)に類似の式は Shiozawa and Campbell (1990) やその他でも紹介されている。Fontana *et al.* (2001) は、式(3)がゼロになるときの右辺に着目して、式(3)を

$$\ln(t_0) = \gamma + \ln\left(\frac{R^2}{4\kappa}\right) \quad (4)$$

と変形している。ここで、 $\ln(t_0)$ は $\ln(t)$ に対する $T - T_i$ をグラフにプロットした際、 $T - T_i = 0$ となるときの $\ln(t)$ である。式(4)中の R を本実験では 0.0008 m と仮定した。

3. 実験結果と考察

$\theta = 0.023 \text{ m}^3/\text{m}^3$ の風乾土壌をシリンダーに充填して得られた相対温度の変化に対応する実測した t/a^2 値とそのときの $\kappa t/a^2$ 値 (表-1) の関係を図-2 に示す。図-2 において、切片をゼロとした時の回帰直線の傾きが κ 値である。 $\theta = 0.023 \text{ m}^3/\text{m}^3$ に対しては有意な直線関係 (相関係数 $r = 0.986$, 有意水準 $P < 0.001$) が得られた。他の体積含水率に対する t/a^2 と $\kappa t/a^2$ の関係においても、図-2

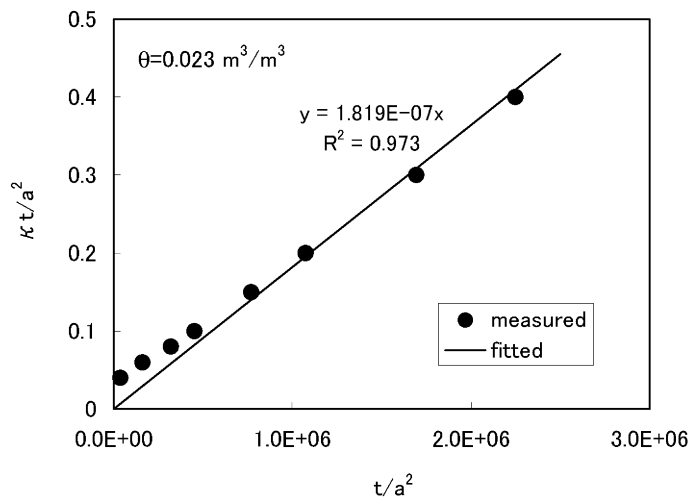


図-2 シリンダー法により測定した相対土壌温度 T_r に対応する $\kappa t/a^2$ 値 (表-1) とそのときの
実測した t/a^2 値の関係。切片=0 の回帰直線の傾きが κ である。

Fig. 2 Relationship between $\kappa t/a^2$ values (Table 1) corresponding to relative soil temperature and t/a^2 values measured in a cylinder. The slope of a regression line with a zero intercept value is κ , thermal diffusivity.

と同様に有意な直線関係が得られた。図-2では8個の測定点を使って計算した。この例のように、早めにデータ収集を取りやめた為に10個のデータが取得できない場合が生じた。

そこで計算に使用するデータ数が与える熱拡散係数の計算値に対する影響を検討した(図-3)。ここでは、測定開始時刻からデータを取り始めて、 $T_r=1.0$ になるまで取り続けることを想定した。そして、データ数の減少は、 $T_r < 1.0$ において測定時間不足によって測定点が欠落するために生じると仮定した。データ数が減少するに従って、予想通り誤差が大きくなった。データ数が7個の場合は、実質的には8個のデータの場合と同等の精度が得られる。6個以下のデータ数になると急に誤差が大きくなる傾向にあった。従って、図-3を見る限りにおいては、1~2%以下の誤差で κ 値を得るためには、7個以上(即ち、 $T_r \geq 0.72$)のデータが必要であると考えられる。

次にプローブ法による風乾土($\theta=0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$)に対する測定結果の例を図-4に示す。測定値を式(3)で当てはめると、極めて有意な直線関係が得られた($r=0.9998$, $P < 0.001$)。式(3)に当てはめた直線を外挿して $T-T_i=0$ となる $\ln(t)$ を式(4)左辺の $\ln(t_0)$ とした。この時の温度変化は 10°C 程度あり、シリンダー法による温度変化と同程度であった。しかし、Shiozawa and Campbell (1990)は、プローブ法での温度変化は $< 2^\circ\text{C}$ であることが望ましいと提案している。

最後に体積含水率の変化に対する熱拡散係数の関係を図-5に示す。シリンダー法とプローブ法を比較すると、どちらも同じような値を得た。特に、風乾状態である $\theta=0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$ 程度では両測定法による測定結果は極めて良く一致している。しかし、 $\theta > 0.12 \text{ m}^3/\text{m}^3$ ではプローブ法の方がシリンダー法による測定結果よりもばらつきが大きくなる傾向が見られた。図-5に示される測定結果から両測定法を比較すると、本報で提案した解析解によるシリンダー法は妥当な熱拡散係数を提供できると考えられる。また、Ren *et al.* (1999)が報告した軽埴土に対する測定値と比較しても、図-5に示される値は妥当であると考えられる。

4. おわりに

特殊な実験装置や複雑な計算によらないシリンダー法と解析解を使うことによって、土壌の熱的性質の一つである熱拡散係数を測定することが可能となった。学部学生実験などの講義に適した安価な測定法であると思われる。

謝 辞

本研究の一部は、日本学術振興会科研費(基盤研究(B)(2)15380160)からの研究助成による。データ収集にご協力を賜った岩手大学大学院農学研究科の藻寄まなみ、日景郁江、および岩手大学農学部農林環境科学科

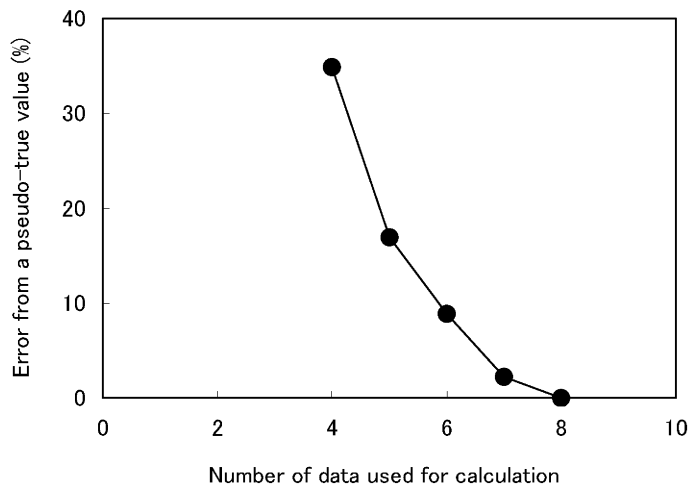


図-3 シリンダー法の計算に使用したデータ数と仮の真値に対する誤差。表-1で示された8個のデータを使って計算した熱拡散係数を仮の真値と仮定した。

Fig. 3 Errors, from a pseudo-true value, associated with the number of data used for calculating thermal diffusivity. The pseudo-true value was assumed to be the thermal conductivity calculated with an eight data set as shown in Table 1.

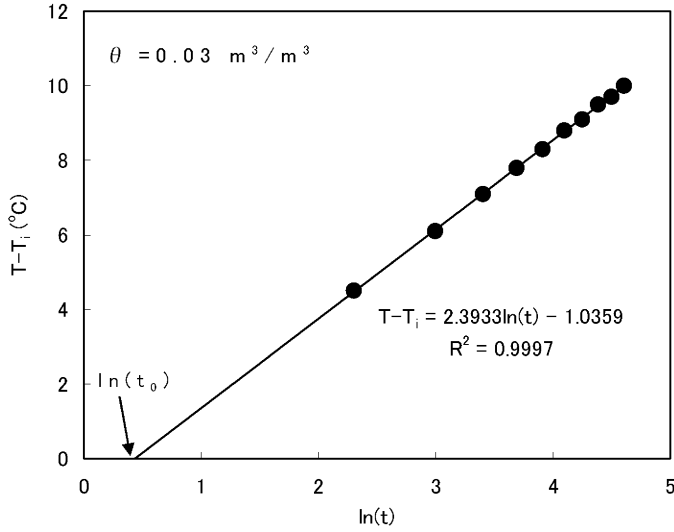


図-4 プローブ法によって測定されたプローブ温度の初期温度からの経時変化。直線は測定値の式(3)への当てはめを示し、 $T-T_i=0$ と直線の交点が $\ln(t_0)$ (式(4))で表される。

Fig. 4 Temporal changes in probe temperature measured. A line indicates the regression line of measured data to Eq. 3, and $\ln(t_0)$ indicates a value in Eq. 4.

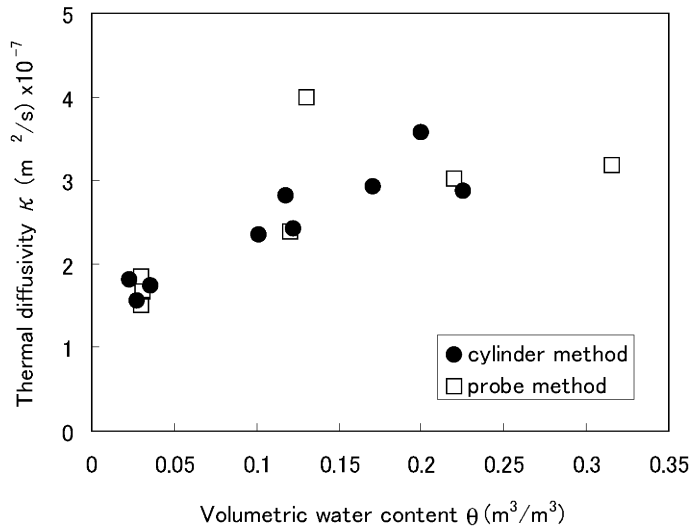


図-5 体積含水率 θ に対する熱拡散係数 κ の測定値。●はシリンダー法により、□はプローブ法により求めた値を示す。

Fig. 5 Thermal diffusivity, κ , measured against volumetric water content, θ . Symbols ● and □ indicate measured data using a cylinder method and a probe method, respectively.

の紙谷淳, 熊谷徹, 兒島聖恵, 小林朝子, 今野高行, 佐藤正明, 吉田良子, 渡部憲吾の各氏に深謝いたします。また, 読者の大変適切なご指示に感謝いたします。

引用文献

Bristow, K.L., White, R.D. and Kluitenberg, G.J. (1994) : Comparison of single and dual probes for meas-

- uring soil thermal properties with transient heating. *Aust. J. Soil Res.*, **32** : 447-464.
- Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C. (1959) : Conduction of heat in solids. 2nd ed. Oxford University Press, New York.
- Fontana, A.J., Wacker, B., Campbell, C.S. and Campbell, G.S. (2001) : Simultaneous thermal conductivity, thermal resistivity, and thermal diffusivity measurement of selected foods and soils. ASAE meeting Paper No. 01-6101. St. Joseph, MI.
- Kasubuchi, T. (1977) : Twin transient-state cylindrical-probe method for the determination of the thermal conductivity of soil. *Soil Sci.*, **124** : 255-258.
- 望月秀俊・坂口 巖・井上光弘 (2003) : 土壌の熱伝導率測定法の比較. *土壌の物理性*, **93** : 47-50.
- 登尾浩助 (2005) : サーモ TDR プローブによる不飽和土壌中の汚染物質濃度の測定. *土木論集*, 783/VII-34 : 33-38.
- Noborio, K. and McInnes, K.J. (1993) : Thermal conductivity of salt-affected soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **57** : 329-334.
- Ren, T., Noborio, K. and Horton, R. (1999) : Measuring soil water content, electrical conductivity and thermal properties with a thermo-time domain reflectometry probe. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **63** : 450-457.
- Riha, S.J., McInnes, K.J., Childs, S.W. and Campbell, G.S. (1980) : A finite element calculation for determining thermal conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **44** : 1323-1325.
- Shiozawa, S. and Campbell, G.S. (1990) : Soil thermal conductivity. *Remote Sens. Rev.*, **5** : 301-310.

要 旨

土壌の熱的性質を知ることがは様々な分野において重要である。例えば、農業の分野では種子の発芽や作物の生長あるいは硝化作用は、熱的性質の影響を受ける土壌温度に依存する。従来、土壌の熱的性質は単一あるいは双子型のプローブで測定するのが一般的であるが、特殊なプローブが必要である。一方、土壌コアの中心部の温度変化を測定することでも土壌の熱的性質を推定するためのデータを提供できる。しかし、この方法ではこれまで数値計算が要求されていた。そこで本報では、土壌コアで収集した温度変化のデータを解析解から得られた係数に当てはめることによって土壌の熱拡散係数を推定する方法を提案した。黒ボク土を様々な土壌水分に調整して測定した熱拡散係数は、従来のプローブを使った方法から得た値と良く一致した。従って、ここで提案した測定法は従来法の代替となると思われる。

受稿年月日 : 2005年 3月 22日

受理年月日 : 2005年 6月 22日