

古典を読む

G.I. Taylor 著

「毛管内をゆっくりと流れる溶媒中における溶質分散について」

石黒宗秀*・取出伸夫**

Reviewing classical studies in soil physics

“Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly through a Tube.”

By G.I. Taylor

Proc. Roy. Soc. Ser. A219, No. 1137, 186-203 (1953)

Munehide ISHIGURO and Nobuo TORIDE

1. Taylor と論文の背景

Taylor の名は、20 世紀における流体力学の建設者として、Prandtl と共にあげられる。Taylor の名がつけられた理論等は、1. Taylor 渦、2. Taylor 数、3. Proudman-Taylor の定理、4. Taylor カラム、5. Taylor の凍結乱流の仮説、6. Taylor の最小渦径、7. Taylor 型拡散、8. Taylor フェイズ等があげられ、流体力学の教科書ではお馴染みの名前である（日野、1992）。

本論文は、毛管内の溶質移動を対象としており、流体力学の本流から少しはずれるように見受けられるかもしれない。しかし、流体力学者 Batchelor (1975) が、Taylor を回顧する随筆の中で、この論文の内容を最初にあげていることから分かるように、この論文は、次に記すような Taylor の基本的な研究スタイルを示す好例と言える。Taylor は、優れた物理的洞察力を持ち、数学を自在に操りながら、単純明瞭な手作りの実験装置を用いて現象の本質を明らかにしていった。数学的にせよ実験的にせよ、複雑なテクニックは避け、出来る限り単純な方法を好んだようだ。

溶質が毛管内をゆっくりと移動する際、平均流速で動く点を中心にして対称に拡がる現象は、Griffiths (1911) が既に観察していた。毛管内の流速分布が、中心軸上で最大、壁面で 0 の非対称であるにもかかわらず、溶質の平均移動距離を中心に前後に対称に拡がるのである。この現象の機構が不明のまま残されていた。この論文において Taylor は、数学と実験によって、何故そのように

なるのかを明らかにし、どのような場合にどのように拡がるのかを定量的に示した。つまり、層流条件における毛管内流れにおいて、不均一な流速分布は対称な溶質分布の原因となること、分子拡散が流速分布に起因する溶質の拡がりを縮小し、正規分布を示す分散現象をもたらすことを初めて明らかにした。

土壌は、その間隙構造が複雑多様であり、多くの場合、1 本の毛管内の現象をそのまま土壌中の溶質移動現象に適用することは出来ない。しかし、単純なモデル中の現象を理解することは、自然現象の本質を把握する上で貴重である。この論文は、毛管内における溶質分散という具体的な物理現象の本質を把握するために、Taylor が用いた単純明瞭な研究方法の記録であり、自然現象への科学的アプローチの方法は、多くの土壌学者にとっても示唆に富むものである。

2. 毛管内の溶質濃度分布

Taylor は、Fig. 1 の毛管試験装置を考案した。最初に毛管内を純水で満たし、毛管の流入口から過酸化マンガで着色した溶液を定常流で流し、着色液が拡がったところで流れを止め、色の濃淡から濃度分布を測定している。着色溶液を流し続けるステップ状の投入と、初期のみ流して、すぐに純水に切り替えるパルス状あるいは矩形の投入の両条件で実験を行っている。

Fig. 2 は、比較的速く流した場合の毛管中の濃度分布の実測結果である。横軸 x は流入口からの毛管の距離である。ステップ状に溶質を流した場合（次章で解説する

* 岡山大学環境理工学部 〒700-8530 岡山市津島中 3-1-1

** 三重大学生物資源学部 〒514-8507 津市栗真町屋町 1577

キーワード：分散，分子拡散，移流，溶質移動，移流分散方程式

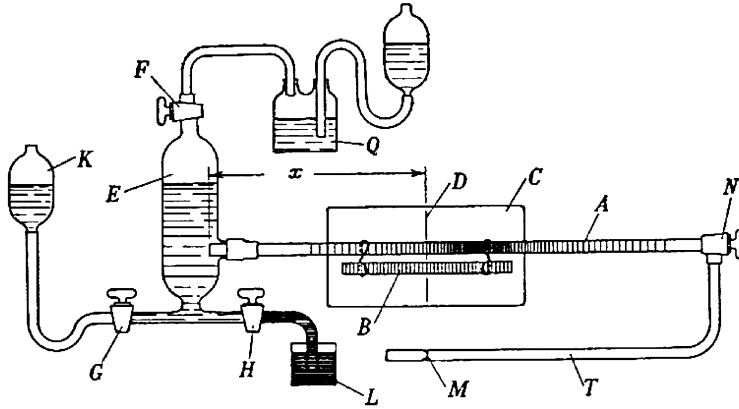


図-1 Taylorの毛管実験装置。初期に毛管Aを純水で満たす。容器Eに着色溶液を入れて、コックNを調整して溶液を毛管内に流し入れる。矩形の溶液投入では、Eを溶液から純水に入れ替えて使用する。(Taylor 1953, Figure 2)

Fig. 1 Taylor's experimental setup. Initially pure water is supplied in the tube A. A colored solution is poured into the bottle E, and introduced into the tube by adjusting with cock N. In case of rectangular step solute input pure water is introduced into the bottle B after the solute. (Taylor 1953, Figure 2)

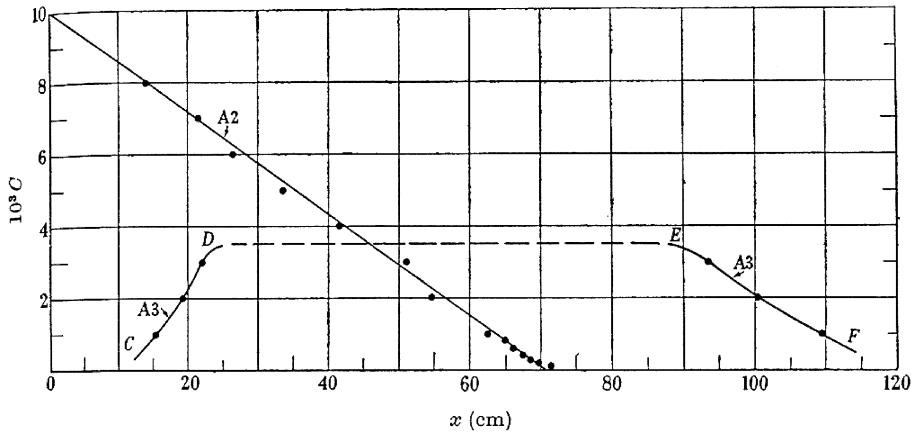


図-2 速く流した場合の測定溶質濃度分布。A2はステップ状投入、A3は矩形投入の結果。毛管直径1mm、流入開始から1.5秒後の状態。(Taylor 1953, Figure 3)

Fig. 2 Measured solute concentration distributions at faster velocity. The result A2 is for a step input and the result A3 is for a rectangular step input. The tube diameter is 1 mm. 1.5 sec. after introduction. (Taylor 1953, Figure 3)

Fig. 9の条件A2に対応), 流入口 ($x=0$) から溶質移動先端まで濃度が直線状に減少する。また矩形投入の場合(次章 Fig. 9の条件A3に対応), 流入端と先端で直線状の増減が生じ、その間は一定濃度となる。

ところが、遅く流した場合、ステップ投入で Fig. 3,

パルス状投入で Fig. 4のように、全く異なる濃度分布を示す。この分布は正規確率分布に他ならない。また、ステップ投入において、流速が同じでも、溶質の平均移動距離(溶質が毛管内の平均速度で移動すると考えた場合の移動距離)を基準1とした相対距離で濃度分布を表

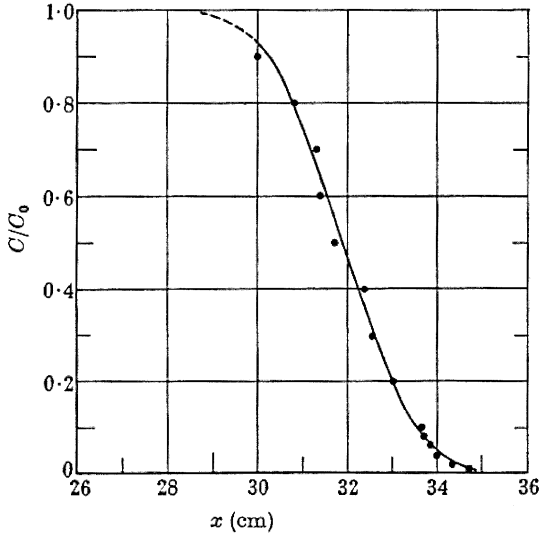


図-3 ステップ状投入で遅く流した場合の測定溶質濃度分布. 毛管直径 0.504 mm, 流入開始から 187 分後の状態. (Taylor 1953, Figure 4)

Fig. 3 Measured solute concentration distribution at slower velocity with a step input. The tube diameter is 0.504 mm. 187 min. after introduction. (Taylor 1953, Figure 4)

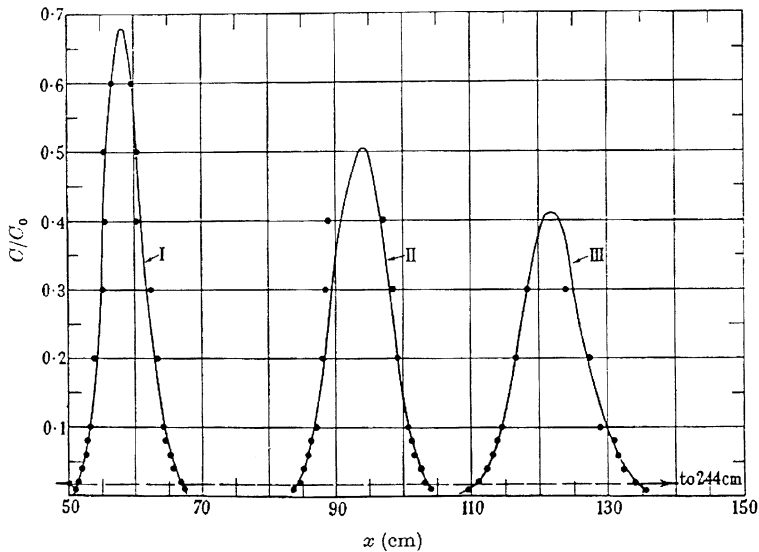


図-4 矩形投入で遅く流した場合の測定溶質濃度分布. 毛管直径 0.504 mm, 流入開始から I. 29 分後, II. 29+36 分後, III. 29+36+5.5 分後の状態. 破線は, 分子拡散が無い場合の III に対応する予測濃度分布. (Taylor 1953, Figure 8)

Fig. 4 Measured solute concentration distribution at slower velocity with a rectangular step input. The tube diameter is 0.504 mm. I. 29 min. after introduction, II. 29+36 min after introduction, and III. 29+36+5.5 min. after introduction. Broken line shows the predicted distribution for III when molecular diffusion is neglected. (Taylor 1953, Figure 8)

すと、時間が経過するほど拡がりが増加される (Fig. 5)。このような、十分な時間の経過による直線型濃度分布から正規確率分布型への変化の原因が、毛管の中心軸に対

して垂直な方向 (Fig. 6 等で示す r 方向) への分子拡散の影響であることを Taylor は理論的に示している。つまり、中心軸上の溶質分子が毛管半径 a の距離を分子拡

散 (分子拡散係数を D と置く) で移動するのに要する時間 t_1 ,

$$t_1 = \frac{a^2}{3.8^2 D} \quad (1)$$

よりも短時間の観測であれば、分子拡散の影響は小さく、移流による Fig. 2 のような直線型濃度分布となり、 t_1 より長時間後の観測であれば、分子拡散により Fig. 3, Fig. 4 のような正規確率分布型になる。

これを図解的に見てみよう。移流のみで溶質分子が移動する場合は、Fig. 6 に示すように、分子は最初の $x=0$ の位置で水塊に乗って、一定速度で毛管の中心軸と平行に進む。つまり、流線に沿って移動する。毛管内に速度

分布があるため、中心に位置する溶質分子は最も速く進み、壁面に近い粒子ほど遅い。移動中に、溶質分子の分子拡散による断面方向の移動が無視できなくなる程度の時間が経過すると、Fig. 7 に示すように、分子はそれぞれの流線上に止まっておれず、近傍の流線上へ分子拡散によって移動する。分子拡散は、ランダムな熱運動だから、液体中をどの方向にもランダムに移動する。 r 方向について見ると、分子拡散によって、分子はそれまでの流速よりも速い流速の位置に席替えしたり、それまでの流速よりも遅い流速の位置に席替えしたりする (Fig. 7)。何れにせよ、分子拡散により、これまでの移動速度と異なる移動速度になり、時間の経過と共に個々の分子

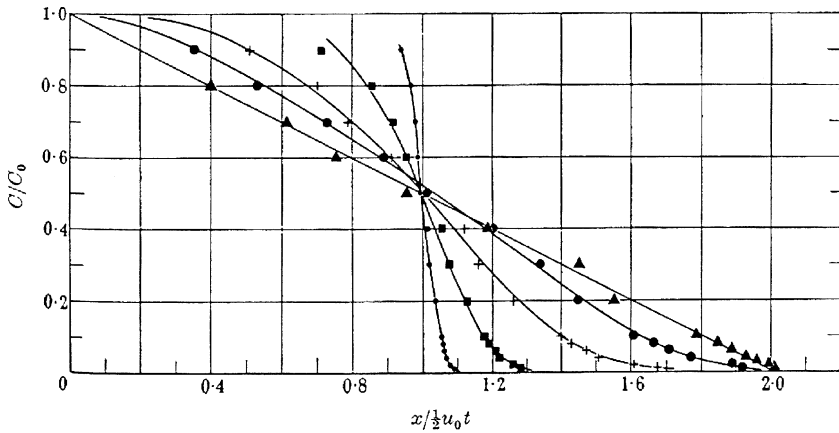


図-5 平均移動距離 $x = u_0 t / 2$ を基準にして相対距離で表した測定溶質濃度分布。
凡例：●11220秒後、■240秒後、+12秒後、●4秒後、▲1.5秒後。毛管直径0.504mm。
1120秒後のみ毛管直径1mm。(Taylor 1953, Figure 5)

Fig. 5 Measured solute concentration distributions shown by the relative distance which is standardized by mean flow distance $x = u_0 t / 2$. ●after 11220s, ■after 240s, +after 12s, ●after 4s, ▲after 1.5s. The tube diameter is 0.504mm. For the result at 1120s the diameter is 1mm. (Taylor 1953, Figure 5)

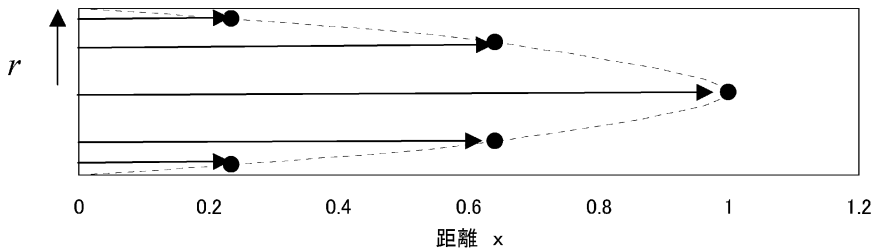


図-6 移流のみによる溶質分子 (●) の移動。中心軸上の分子が最も速く、壁面に近づくほど遅くなる。
Fig. 6 Movement of solute molecules (●) only with convection. That in the center of the tube flows fastest. The flow becomes slower when it is closer to the tube wall.

の平均速度の差は縮小されて行く。移流のみで移動する場合は、速く移動する分子は常に速く移動し、遅く移動する分子は常に遅く移動するから、毛管中を直線状に長く広がる濃度分布 (Fig. 5, ▲) を取るのだが、分子拡散が影響し始めると、それぞれの溶質分子の平均速度の差異が減少し、時間の経過と共に、濃度の拡がりも平均移動距離の周辺に縮小される (Fig. 5, ●)。

次に、Taylor の数学的解法を見て行こう。

3. 移流のみによる分散

3.1 移流による溶質塊の分布

毛管中の流速分布は、次式の様に中心軸で最大値 u_0 、壁面で 0 の放物面型をとる。

$$u = u_0(1 - r^2/a^2) \tag{2}$$

ここで、 u は中心軸から r の距離の流速、 a は毛管半径。中心軸から距離 r に位置する溶質分子は、移流により常に流速 u で動き、時間 t に比例して拡がる。層流では流

線は交わらないから、各溶質分子は常に中心軸と平行に移動する。中心軸上の溶質分子が最も遠距離まで移動し、壁面上の溶質分子は元の位置に止まったままになる。 r の位置にある溶質分子は、 t 時間後には次の距離 x だけ進む。

$$x = u_0 t (1 - r^2/a^2) \tag{3}$$

従って、毛管断面を見ると、Fig. 8 に示すように、移流による移動後も溶質塊中と純水の間には混合がないため、溶質塊中の濃度は変化せず、毛管内の濃度は 0 か C_0 の 2 値のみをとる。実験では、純水相と溶液相の重なりを観測するので、中心軸に垂直な断面の平均濃度 C_m を測定している。

3.2 溶質濃度分布の定量化

パルス状に濃度 C_0 の溶質を投入した場合、つまり $t=0$ で $0 \leq x \leq X$ にのみ濃度 C_0 の溶質が存在する Fig. 8 のような場合を考えよう。ただし、 X は、非常に短い距離とする。流れている間溶質分子は中心軸に平行に移動す

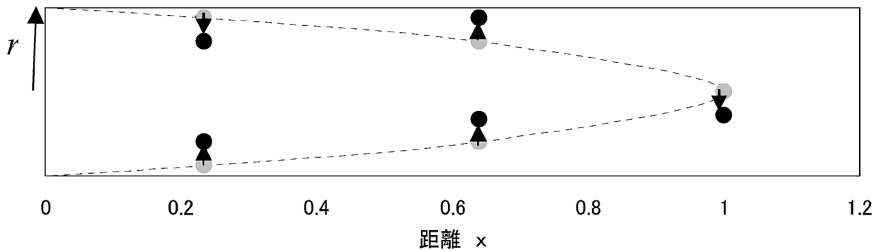


図-7 ゆっくりと溶液が流れる場合、 r 軸方向の分子拡散により、溶質分子 (●) は異なる速度の流線上 (●) にランダムに乗り移る。

Fig. 7 When the flow is slower, solute molecules (●) change to neighbor streamlines (●) of different velocities with molecular diffusion of r direction randomly.

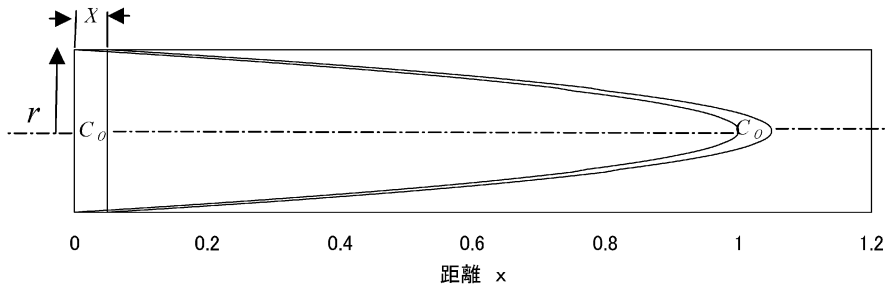


図-8 移流のみによる溶質の拡がり。初期に X の幅の溶質塊は、 t 時間後に移流により放物型の形状となって拡がる。

Fig. 8 Solute spread only with convection. Initial solute mass with width X spreads and takes parabolic shape after time t .

るから、管中の半径 $r \leq r \leq r + \delta r$ の間に存在する全溶質量は不変で、 $2\pi r C_0 X \delta r$ である。この量は、

$$2\pi r C_0 X \delta r \frac{\delta x}{dx} = 2\pi C_0 X \delta x \frac{a^2}{2u_0 t} \quad (4)$$

$$\left(\because (3) \text{式を微分して} \frac{r dr}{dx} = -\frac{a^2}{2u_0 t} \right)$$

だから、 $x \leq x \leq x + \delta x$ の間の平均溶質濃度 C_m は、(4)式 右辺を体積 $\pi a^2 \delta x$ で割って、

$$C_m = \frac{C_0 X}{u_0 t} \quad (5)$$

となる。従って、 $0 < x < u_0 t$ の間で C_m は $C_0 X / (u_0 t)$ 、 $x < 0$ と $x > u_0 t$ で 0 の値を取る (Fig. 9, A1)。

一定濃度 C_0 の溶質をステップ状で流入させる場合は、上記パルス状の場合の結果における (Fig. 9, A1) 濃度分布薄片の重ね合わせをイメージして、Fig. 9, A2 の結果を得る。溶質が X の距離にわたって存在する矩形状の溶質投入の場合は、次の初期条件でのステップ状投入の重ね合わせと同じ。

$$\left. \begin{array}{l} C = C_0, \quad x < X \\ C = 0, \quad x > X \end{array} \right\} \text{ かつ } \left. \begin{array}{l} C = -C_0, \quad x < 0 \\ C = 0, \quad x > 0 \end{array} \right\}$$

従って、Fig. 9, A3 の分布を取る。

ちなみに、移流のみで溶質が拡がるこれらの場合は、後述する 1次元移流分散方程式では近似出来ない。

4. 分子拡散が影響する分散現象

4.1 分子拡散が影響する条件

分子拡散が無視できない場合、溶質移動の基礎方程式

は、質量保存則と Fick の拡散方程式を用いて次式で表せる。

$$D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial C}{\partial t} + u_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \frac{\partial C}{\partial x} \quad (6)$$

ここで、 D は分子拡散係数。溶質塊の分散現象に対しては、 r 方向の拡散の影響に比べて、 x 方向の拡散の影響が小さく無視できるから、左辺第 3 項を省略する。そして、 r 方向距離を $z = r/a$ で置き換えると、(6)式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{a^2}{D} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{a^2 u_0}{D} (1 - z^2) \frac{\partial C}{\partial x} \quad (7)$$

分子拡散によって r 方向の濃度分布がどの程度の時間で一樣になるか、その条件を求めよう。 r 方向のみについて考えるから、ここでは、 x 方向に濃度 C の変化がないとして ($\partial C / \partial x = 0$ として)、つまり、 x 方向は無視して、(7)式は、

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{a^2}{D} \frac{\partial C}{\partial t} \quad (8)$$

となる。

$$C = R(z) T(t) \quad (9)$$

と置く。ここで $R(z)$ 、 $T(t)$ は、それぞれ z と t のみを変数とする関数。(9)式を(8)式に代入し、変数分離法を用いると、

$$C = B(\alpha) e^{-\alpha t} J_0(\alpha a^{1/2} D^{-1/2} z) \quad (10)$$

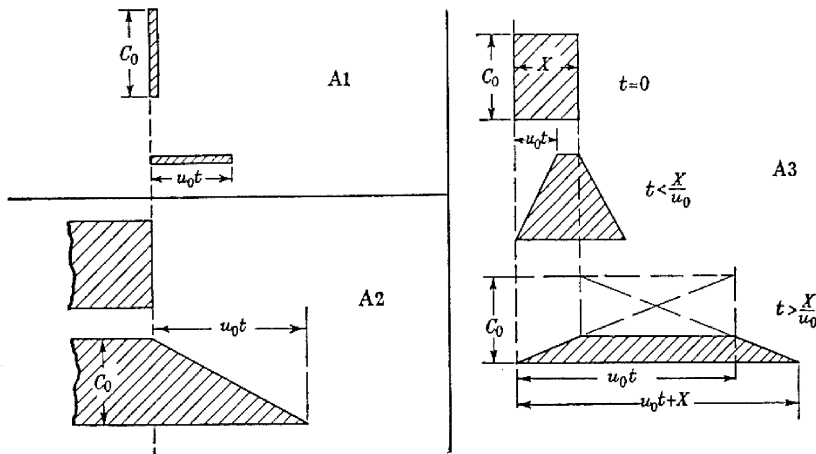


図-9 分子拡散の影響がなく、移流のみで溶質が移動する場合の断面平均濃度分布. (Taylor 1953, Figure 1)

Fig. 9 Distribution of cross sectional mean concentration due to convection in absence of molecular diffusion. (Taylor 1953, Figure 1)

$$\alpha \equiv \mu^2 \frac{D}{a^2}$$

を得る。ここで、 $B(\alpha)$ は定数、 μ は任意定数、 J_0 は 0 次のベッセル関数。壁面の境界条件は、 $z=1$ において

$$\frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

だから、(10) 式を z で微分した結果にこの条件を当てはめれば、

$$J_1(\alpha a^{1/2} D^{-1/2}) = 0 \quad (12)$$

を得る。ここで J_1 は 1 次のベッセル関数。(12) 式を満たし、0 次のベッセル関数のうち最も大きな初項のみを取ると、 C の近似値は、(10) 式に

$$\alpha a^{1/2} D^{-1/2} = 3.8 \quad (13)$$

を代入した値となる。

C の初期値は、(10) 式に $t=0$ を代入した値 ($=B(\alpha) \cdot J_0(\alpha a^{1/2} D^{-1/2} z)$) だから、この初期濃度が $1/e$ に減衰して $C=e^{-1}B(\alpha)J_0(\alpha a^{1/2} D^{-1/2} z)$ となるのに要する時間 t_1 は(10)式を用いて、

$$e^{-1}B(\alpha)J_0(\alpha a^{1/2} D^{-1/2} z) = B(\alpha)e^{-\alpha t_1}J_0(\alpha a^{1/2} D^{-1/2} z) \quad (14)$$

となる。よって、 $t_1=1/\alpha$ となる。これに(13)式を用いて、2章で取り上げた(1)式を得る。従って、先述のように、この時間 t_1 よりも長時間経過すれば、分子拡散の影響が明らかに現れる。

4.2 1次元の分散方程式

溶質移動の基礎方程式(7)式を、1次元の式に近似しよう。平均流速 $u_0/2$ で移動する断面における移流について考えればよい。つまり、 x 距離軸を、次の x_1 距離軸に置き換える。

$$x_1 = x - \frac{1}{2}u_0t \quad (15)$$

そうすると(7)式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{a^2}{D} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{a^2 u_0}{D} \left(\frac{1}{2} - z^2 \right) \frac{\partial C}{\partial x_1} \quad (16)$$

位置 x_1 は平均流速で移動しているので、その断面を横切る平均流速は 0。従って、その面を移動する溶質量は、 z 方向の C のばらつきにのみ依存する。分子拡散によって z 方向に十分溶質が拡散した条件下での、 z 方向の微少な C のばらつきについて見てみる。つまり、 z 方向の微少な C のばらつきがこの条件において溶質移動に最も影響する。その点に着目するために、 C は各点でほとんど時間変化せず、 x に対して独立とみなして、(16)式の右辺第 1 項を消去する。 $z=1$ において $\partial C/\partial z=0$ の条件を

満足するこの式の解は、

$$C = C_{x1} + A \left(z^2 - \frac{1}{2}z^4 \right) \quad (17)$$

ここで、 C_{x1} は $z=0$ における C の値、 A は定数。(17)式を、右辺第 1 項を消去した(16)式に代入すると、

$$A = \frac{a^2 u_0}{8D} \frac{\partial C}{\partial x_1} \quad (18)$$

となる。この解(17)式を、断面を通過する溶質量を示す方程式に代入する。

$$Q = -2\pi a^2 \int_0^1 u_0 \left(\frac{1}{2} - z^2 \right) C z dz \quad (19)$$

そうすると、次式を得る。

$$Q = -\frac{\pi a^4 u_0^2}{192D} \frac{\partial C_{x1}}{\partial x_1} \quad (20)$$

ここで C_{x1} は $z=0$ における C の値。 $C_{x1} \equiv C_m$ だから、 C_m に置き換えることが出来る。連続式を用いて、次の 1 次元分散の式を得る。

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = k \frac{\partial^2 C_m}{\partial x_1^2} \quad (21)$$

$$k = \frac{a^2 u_0^2}{192D} \quad (22)$$

これは拡散型の偏微分方程式だから、パルス状に溶質を投入すると平均移動距離の前後で正規分布することがわかる。元の x 座標軸に戻せば、お馴染みの移流分散方程式となる。

5. 土壌中の溶質移動現象への展開

この研究の応用分野として、執筆当時 Taylor は、血管中の溶解性塩類の輸送のような生理学方面や、分子拡散係数の測定法を念頭に置いていた。しかし土壌学分野において、この研究は、土壌中の溶質移動現象の基本としてその後の研究に大きな影響を与えている。溶質移動が移流による運搬を基本とし、移流速度の分布と分子拡散の相互関係に規定されることは土壌中の現象に共通することであり、また、3次元の溶質移動基礎方程式を、いわゆる 1次元移流分散方程式に近似できることを示した点は、後の研究の基本的な考え方として引き継がれている(例えば、Saffman, 1959; Bear, 1972; Jury and Horton, 2004; 大井・岩田, 1988)。

分子拡散による混合の生じる毛管中の分散係数は、(22)式に示したように平均流速の 2 乗に比例するのに対し、間隙中の分岐・合流に伴う溶質混合が生じる多孔質体では平均流速の 1 乗に比例し(Saffman, 1959; Bear, 1972;)

大井・岩田, 1988), 分散メカニズムが基本的に異なる。一方, 団粒土の場合, 団粒外部と団粒内部の溶質混合が分子拡散で生じるため, 分散係数は, 式と同様に平均流速の2乗に比例する (Valocchi, 1985; 徳本ら, 2005)。また, Taylor の用いた移流と分子拡散の相互関係を均質構造の不飽和土壌中に対して適用することや (Iwata and Ishiguro, 1990), 粗間隙中を溶質が選択的に移動しながら微細間隙中に拡散する場合に対して, 拡散の影響を見る尺度としての時間に (1) 式を適用し, 1次元移流分散方程式の適否の検討が行われている (Ishiguro, 1991; 石黒, 1994)。さらに, 圃場レベルの不均一な溶質移動における断面方向の平均溶質移動に対しても, Taylor の毛管中の分散と同様の考えを用いて溶質挙動が整理されている (Jury and Horton, 2004; 取出, 1997)。Taylor 論文は, 土壌への直接的な適用もさることながら, 先述したように, 複雑な土中の溶質移動現象・自然現象を明らかにする上で1つの本質的捉え方を示してくれる点に素晴らしさがあると言える。

晩年, Taylor は, 流体力学の今後にとって重要な課題は何かと問われ, 地下水等多孔質体中の溶質分散現象を挙げている (Batchelor, 1975)。そして, この課題は, 学術的に未知な部分が多いと同時に, 汚染物質の拡がりのような環境研究の応用としても重要であることを指摘している。また, 実験による検証や自然現象との比較検討を伴う, 具体的な課題設定が研究を進展させる基本だと述べている。流体力学者 Taylor が, その当時において, 我々土壌関連の研究者が直面する今日的課題に注目していたことは驚きである。Taylor は長寿であったが, 更に健在であれば, 土壌物理学分野への貢献はより大きなものとなったかも知れない。

引用文献

- Batchelor, G.K. (1975): An unfinished dialogue with G.I. Taylor, *J. Fluid Mechanics*, **70** (4): 625-638.
- Bear, J. (1972): *Dynamics of fluids in porous media*, Dover, New York, 579-663.
- 日野幹雄 (1992): 流体力学, 朝倉書店.
- Ishiguro, M. (1991): Solute transport through hard pans of paddy fields: 1. Effect of vertical tubular pores made by rice roots on solute transport, *Soil Science*, **152** (6): 432-439.
- 石黒宗秀 (1994): 土壌中の溶質移動におよぼす粗間隙の影響, *日土肥誌*, **65** (3): 349-356.
- Iwata, S. and Ishiguro, M. (1990): Characteristics of solute transport under unsaturated conditions, *Transactions, American GeoPhysical Union*, **71** (28).
- Jury, W.A. and Horton, R. (2004): *Soil physics*, 6th ed., pp. 225-267, Jhon Wiley & Sons, New York.
- 大井節男・岩田進午 (1988): 土の中の化学物質の移動, *農土誌*, **56**: 1115-1121.
- Saffman, P. (1959): A theory of dispersion in a porous medium, *J. Fluid Mechanics*, **6** (3): 321-349.
- 徳本家康・取出伸夫・井上光弘 (2005): 団粒構造を持つ黒ボク土の溶質分散について, *水文・水資源学会誌*, **18** (4): 401-410.
- 取出伸夫 (1997): 不均一な土中水の流れを伴う圃場中の溶質移動, *水文・水資源学会誌*, **10** (5): 485-497.
- Valocchi, A.J. (1985): Validity of the local equilibrium assumption for modeling sorbing solute transport through homogeneous soils. *Water Resour. Res.*, **21**: 808-820.

要 旨

毛管内での溶質分散に関する Taylor の名著を解説した。Taylor は、簡易な毛管実験装置を用いて、毛管内の層流条件での溶質分散現象を測定すると共に、分散現象のメカニズムを理論的に明らかにした。毛管内に投入された溶質の拡がりは、分子拡散と管内の流速分布に規定される。比較的速い流れでは、毛管内の流速分布の影響により直線的濃度分布で幅広く拡がり、遅い流れでは拡がりは縮小され正規確率分布に一致した。溶質移動を偏微分方程式で表し、これを解いて、分子拡散の影響が重要なことを示した。つまり、溶質分子が毛管半径方向に十分拡散出来ない短時間経過後の観測では前者の分布を取り、十分拡散できる長時間経過後の観測では後者の分布となることを示した。後者の溶質移動現象を1次元分散方程式で近似し、拡散型偏微分方程式になることを示した。

受稿年月日 : 2005 年 7 月 12 日

受理年月日 : 2005 年 8 月 16 日