

時間・空間モーメント法のマクロ分散推定への応用
Application of Spatio-Temporal Moments to Estimation of Macrodispersion

井上 一哉¹・松永 尚子²・○吉野 亜香利³・Gerard Uffink⁴・田中 勉¹
 Kazuya Inoue, Naoko Matsunaga, Akari Yoshino, Gerard Uffink and Tsutomu Tanaka

1. はじめに

分散長は地盤の不均質性に起因したスケール効果を有することから評価方法に応じて結果に差異が生じる。本研究では、原位置トレーサ実験を基に、複数の透水係数空間分布モデルを用いて粒子追跡ランダムウォーク解析を実施し、マクロ分散評価に及ぼす流れ場の様相ならびに透水係数分布の影響について検討するとともに、時間・空間モーメント法によるマクロ分散推定の妥当性について考察する。

2. 粒子追跡アルゴリズム

粒子追跡ランダムウォーク法では対象物質に見立てた大量の粒子群を領域内に発生させ、粒子の移動経路を移動式と確率的分散式により表現する¹⁾。

$$X_{p,i}(t + \Delta t) = X_{p,i}(t) + \frac{v_i(\vec{X}_p(t)) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j}(\vec{X}_p(t))}{R(\vec{X}_p(t))} \Delta t + \sum_{j=1}^3 B_{ij}(\vec{X}_p(t)) \Xi_j \sqrt{\Delta t}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

ここに、 x_i は座標であり、添字の 1 から 3 はそれぞれ x , y , z を表す。また、 $X_{p,i}(t)$ は時間 t における粒子位置の i 成分、 v_i は実流速成分、 R は遅延係数、 D_{ij} は分散係数テンソル、 Δt は時間増分、 Ξ_j は平均 0、分散 1 の正規分布に従う変数である。また、 B_{ij} は分散を既定する変位マトリクスである。

3. 時間・空間モーメント

本解析ではマクロ分散を評価する手段の 1 つとして、時間モーメント法を導入し、計測濃度の破過曲線に対して、時間モーメント量を算定することにより縦分散長を推定する。ある観測点における破過曲線に対する n 次時間モーメント $M_{n,T}$ と n 次中心時間モーメント $M'_{n,T}$ は次式により表される。

$$M_{n,T} = \frac{\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k (t_p^k(x_1))^n}{\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k}, \quad M'_{n,T} = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} M_{n-r,T}(x_1) (-M_{1,T}(x_1))^r \quad (2)$$

ここに、 m_p^k は k 番目の粒子の有する質量、 x_1 は基準面の x 座標、 NP_s は基準面を通過する粒子数、 t_p^k は k 番目の粒子が基準面を通過する時間である。時間モーメント法は点または面を通過する粒子の質量変動に基づくことから、横分散の評価が困難である。そこで、粒子追跡法の利点を活かして、粒子群の空間分布状態を基に空間モーメント²⁾を導出し、縦・横分散長評価に応用する。

$$X_{G,i} = \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{R(X_p^k(t))}{m_p^k} \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k X_{p,i}^k(t)}{R(X_p^k(t))}, \quad S_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{R(X_p^k(t))}{m_p^k} \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k X_{p,i}^k(t) X_{p,j}^k(t)}{R(X_p^k(t))} - X_{G,i}(t) X_{G,j}(t) \quad (3)$$

ここに、 $X_{G,i}$ は時間 t の粒子群の重心位置を表す空間 1 次モーメント、 S_{ij} は粒子空間分布に対する空間 2 次モーメント、 NP_t は時間 t の空間内の粒子総数である。これらの時間・空間モーメントを用いて、縦分散長 α_L と横分散長 α_{TH} を次式により推定する。

$$\alpha_L(\zeta_P) = \frac{\zeta_P}{2} \frac{M'_{2,T}(\zeta_P)}{(M_{1,T}(\zeta_P))^2}, \quad \alpha_L(\xi_G(t)) = \frac{S_{11}(\xi_G(t))}{2(\xi_G(t))}, \quad \alpha_{TH}(\xi_G(t)) = \frac{S_{22}(\xi_G(t))}{2(\xi_G(t))} \quad (4)$$

ここに、 ζ_P は観測点または観測面の x 座標、 $\xi_G(t)$ は時間 t の粒子群重心位置の変位距離である。

¹ 神戸大学大学院農学研究科：Graduate School of Agricultural Science, Kobe University.

² (株)UFJ 日立システムズ：UFJ & Hitachi Systems, Co. Ltd. キーワード：

³ 神戸大学農学部：Faculty of Agriculture, Kobe University.

時間・空間モーメント、マクロ分散、トレーサ実験

⁴ デルフト工科大学土木工学部：Faculty of Civil Engineering & Geosciences, Delft University of Technology.

4. マクロ分散推定

本研究では、原位置トレーサ実験が実施されたオランダ・デンハーグのサイトを対象とし、図1に示す注入井 FLIP の位置に 2×10^5 粒子を発生させることで粒子追跡を実施し、マクロ分散長を評価する。マイクロ縦分散長と横分散長はトレーサ実験の結果より、0.01 m と 0.001 m にそれぞれ設定する。透水係数の空間分布を x - z 二次元の成層地盤と見なしてマクロ分散を評価した Uffink の研究¹⁾とは異なり、本解析では Uffink と同じ成層地盤モデルに加えて、均質モデルと地球統計モデルを用いる。また流れ場は、注入井 FLIP と揚水井 FLOP を考慮する放射流と、FLIP の影響のみを考慮する発散流、 x 軸方向のみの一様流を用いる。観測井 R_a , R_b , R_c の深さ方向に複数設けられた観測点と観測井と同じ x 座標に位置する評価面の計測濃度を基にマクロ分散を導出し、粒子の空間分布を用いて空間モーメント解析により縦分散のみならず横分散を評価する。

一様流および放射流条件に対して観測点 (Elem.) および x 軸に垂直な評価面 (CP) にて推定された縦分散長の値を Uffink の結果と合わせて図2と図3に示す。成層地盤モデルでは観測点および評価面ともに、本解析結果と Uffink の推定値は一致しており、評価面におけるマクロ分散値は観測点の値よりも約2オーダー大きい。これは粒子の通過断面の規模、つまりは濃度観測点の規模に依存してマクロ分散の推定値は変動することを示唆している。

また、地球統計モデルの結果は均質モデルとほぼ同等の値となっており、サイトにおける不均質度合いの低さが要因であると考えられる。一方で、流れ状態が一様流から放射流に変化することで評価面にて導出されるマクロ分散値は増加し、成層地盤モデルの結果に近い値となる。粒子群の空間変動は透水係数のばらつきに左右されるとともに、放射流となることで粒子群の空間分布は拡大することから、結果として、マクロ分散の値は変化すると推察される。

一様流れ場に対する空間モーメント解析による縦・横分散結果を図4に示す。成層地盤モデルのマクロ分散結果は文献値や時間モーメント法の結果(図2)とほぼ等しく、時間モーメントに加えて空間モーメントによるマクロ分散評価が可能であると言える。また、図示していないが、放射流と発散流に対する推定結果は一様流と比較すると2オーダー大きく得られており、流れ場の状況はマクロ分散評価に強く反映すると考えられる。一方、横分散長はマイクロ横分散長に比べると約1から2オーダー大きく、空間モーメントを適用することで妥当な値を算定することができる。また、透水係数分布が横分散長へ及ぼす影響は小さく、水平方向の透水係数変化がない点に起因すると推察される。

参考文献: 1) Uffink, G.J.M.: Analysis of dispersion by the random walk method, *Doctoral Dissertation, Delft University of Technology*, 150p., 1990. 2) Tompson, A.F.B. and Gelhar, L.W.: Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 26(10), pp.2541–2562, 1990.

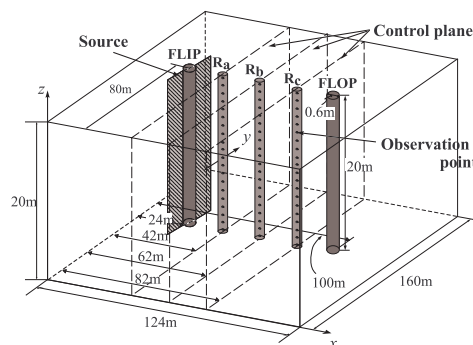


図1: 研究対象サイトの概略

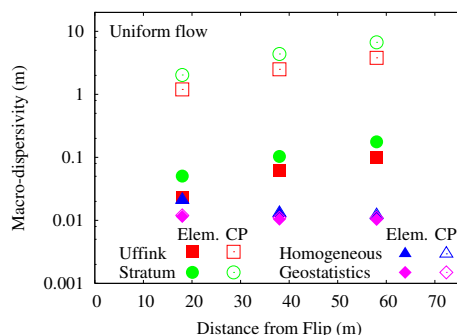


図2: 時間モーメント解析結果 (一様流)

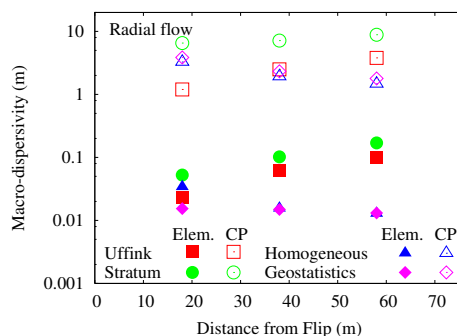


図3: 時間モーメント解析結果 (放射流)

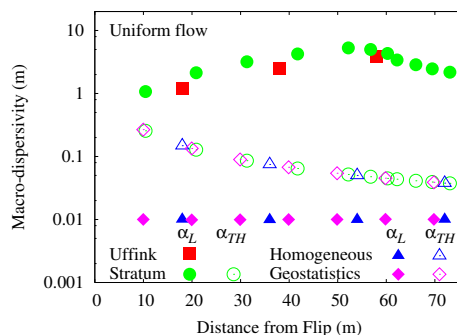


図4: 空間モーメント解析結果 (一様流)