

変数をコロケート配置した場合の SMAC 法と部分段階法の結果の違い The Difference between SMAC Method and Fractional Step Method in results when Collocated Arrangement

○ 額 纈 光*, 浪 平 篤**, 島 田 正 志***

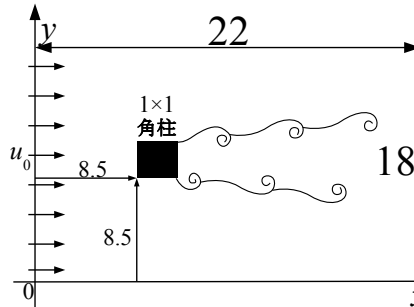
○ KOUKETSU Hikaru, NAMIHIRA Atsushi, SHIMADA Masashi

研究の背景と目的

Navier-Stokes 方程式を用いた非圧縮性流れの数値解析は、近年模型実験と同様、取水堰・魚道等の設計・管理・運営等における有力な手法として広く応用されている。このような複雑な形状の物体周りでの流れを計算で表現するためには、その形状に合わせて座標を曲線にした一般座標系を導入する必要がある。直交直線座標では保存性を保持しやすく安定して解析できることから変数をスタガード配置するが、一般座標系ではコロケート配置の方が保存性の高い差分式を構成しやすく、計算も煩雑にならず、メモリも節約できる。コロケート配置した場合、非圧縮流れの最も代表的な解析方法である SMAC 法では解析が不安定になりやすいため、部分段階法の方がよいといわれる。しかしながら、その違いが示された事例はない。そこで本研究の目的はこの違いを明らかにすることとする。

方法

一般座標系では格子形成が不適切であることによって解析が不安定になる場合もあるため、そうした影響が無い直交直線座標でコロケート配置した場合を対象とする。そこで、計算対象とする流れは、多く引用され、信頼性が高いと考えられる実験データが存在する角柱周りのカルマン渦流れとする。



格子設定	直交直線・不等間隔格子 (角柱周辺ほど粗→密) 格子幅: 粗: 0.2, 密: 0.05
数値解法	SMAC法, 部分段階法
Re数	150 ($Re = uL / \nu$)
その他	時間刻み Δt : 0.001, クーラン数: 0.5 ($C = u\Delta t / \Delta$)

u : 速度(m/s), L : 角柱長さ(m), ν : 動粘性係数(m²/s)
 Δ : 格子幅(m), 単位はすべてSI単位系

Fig.1: 主な計算設定

1. Fig.1 のような長方形空間において、角柱を過ぎる平面 2 次元一様流れの計算を行った(その他条件は Table 1)。流速 u, v は一様流速 u_0 、長さは角柱長さ L で無次元化し、圧力 P は一様圧力 P_0 を基準として相対値とし、 ρu_0^2 で無次元化した。ただし、角柱長さ $L = 1$ 、初期条件は全領域で一様流速 $u_0 = 1$ 、一様圧力 $P_0 = 0$ とした。

2. SMAC 法・部分段階法を概括する(Fig.2, 梶島(1999)を参考)。

- (1) Navier-Stokes 方程式を解き、時間ステップ n におけるセル中心の流速 u^n, v^n から仮値 u^*, v^* を計算する。SMAC 法では、このときに圧力 P^n の勾配を付加する。
- (2) u^*, v^* の空間補間により、セル界面の補助流速の仮値 U^*, V^* を求める。部分段階法では、このときに圧力 P^n の勾配項を付加する。
- (3) U^*, V^* に ϕ の勾配を付加して U^{n+1}, V^{n+1} を求める式と連続式とをカップリングし、 ϕ に関するポアソン方程式を導出する。ここで、 ϕ は圧力修正値 ($P^{n+1} - P^n$) である。
- (4) (3) のポアソン方程式から得られる ϕ を使い、時間ステップ $n+1$ における圧力 P^{n+1} および U^{n+1}, V^{n+1} を求める。

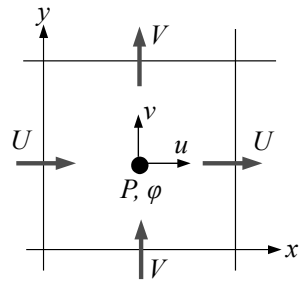


Fig.2: コロケート配置

* 東京大学農学生命科学研究科 Graduate School of Agricultural and Life Sciences, Univ. of Tokyo
 ** 農村工学研究所 National Institute for Rural Engineering
 *** 筑波大学生命環境科学研究科 Graduate School of Life and Environmental Sciences, Univ. of Tsukuba
 キーワード: 数値流体力学, 非定常非圧縮性流れ, カルマン渦

(5) 流速 u^{n+1} , v^{n+1} については, SMAC 法では u^* , v^* に ϕ の勾配を, 部分段階法では P^{n+1} の勾配を付加することで得られる.

結果と考察

結果の流況図(Fig.3)にあるように, 角柱背後でカルマン渦の流れが発生しているのがわかる. これはまさに実際の流れで起きているカルマン渦である. この結果からは, 両手法に違いは見られない.

渦流の状態を表すストローハル数 St (振動数 $f \times$ 角柱長さ $L \div$ 一様流速 u_0) を求めることで, 2つの方法の計算結果と既往の実験を比較した(Table 2). これより両手法ともに実験結果に近い値が得られているが, 部分段階法の方が SMAC 法よりも実験結果に近い.

Fig.4 の圧力分布図から SMAC 法では実際には生じていない高周波の細かい振動(圧力振動)が発生しており, 2つの方法での計算結果の明確な違いである. SMAC 法での圧力振動が起きる原因は, 圧力 P の勾配と圧力修正値 ϕ の勾配とで計算に用いる格子点の範囲が異なることと考えられる(Fig.5).

また, 本研究では2つの計算法の結果で流況には大きな違いが無かったが, 圧力がより高くなるような流れでは違いが生じる可能性がある.

今後は, 圧力がより高くなる流れを対象とした場合や, 一般座標系で解析を行う場合について, 両手法による解析結果の違いを明らかにしたい.

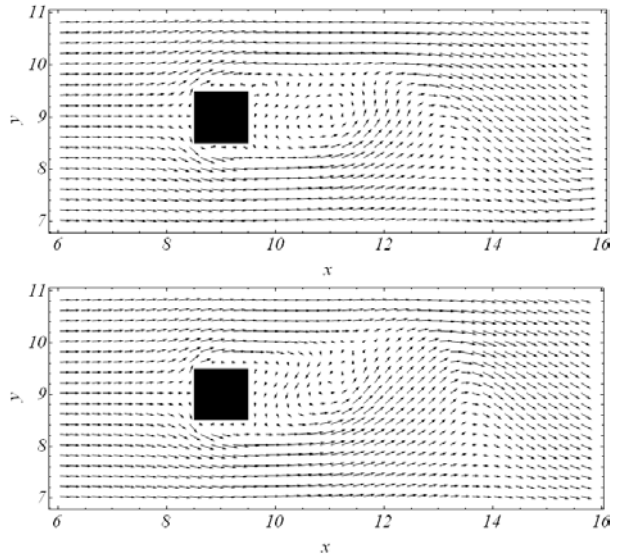


Fig.3: 流況図(抽出, 上: 部分段階法, 下: SMAC 法)

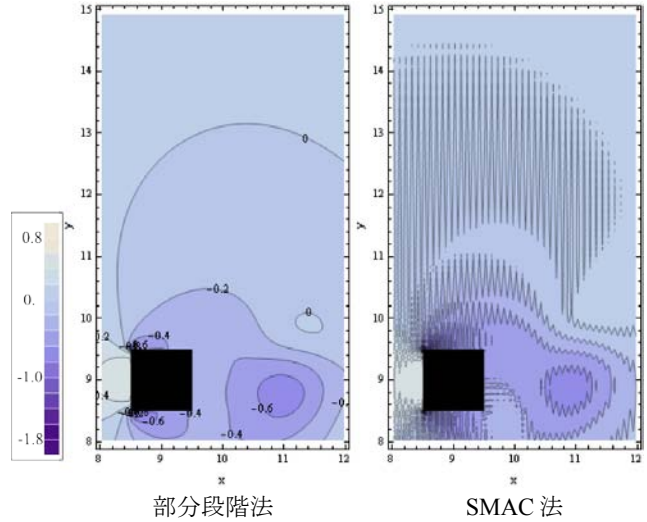


Fig. 4: 圧力分布図(抽出)

Table 2: ストローハル数 St の比較

ケース($Re = 150$)	ストローハル数 St
SMAC 法	0.1333
部分段階法	0.1417
Okajima の実験 (1982)	0.15 前後

参考文献 Atsushi Okajima (1982): Strouhal numbers of rectangular cylinders, *J.Fluid Mech.*, 123, 379-398, 梶島岳夫 (1999): 乱流の数値シミュレーション, 養賢堂

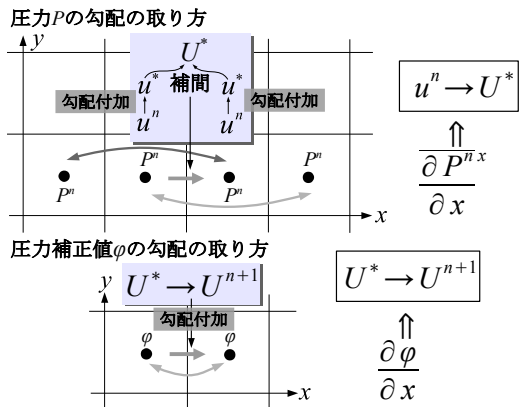


Fig. 5: SMAC 法における問題点