

鉛直不飽和流と比浸出量の動的計算を用いる水平地下水流を連立した
準二次元流数値計算法

Quasi-2-dimensional numerical calculation method by combining unsaturated vertical flow
and saturated horizontal flow with dynamically-computed specific yield

○辻 英樹* 塩沢 昌* 西田 和弘*

○Hideki TSUJI, Sho SHIOZAWA, Kazuhiro NISHIDA

1.はじめに

台地流域からの降雨の流出は、不飽和層の鉛直浸透と飽和層の水平地下水流を経て生じる(図1)。したがって流域の水移動は、鉛直一次元不飽和流と水平一次元飽和流を連立した準二次元流によるモデル化が可能であり、飽和・不飽和流を区別せずに2次元(または3次元)流を計算する数値計算モデルに比べてはるかに計算時間を短縮できると考えられる。

入江ら(1999)はこの準二次元流計算法のひとつを提案している。これは水平地下水流に貯留項を含む支配方程式を用いず、反復計算により地下水面の位置と地下水涵養を求めるものであるが、条件によっては解が不安定になる場合があるようである。

本研究では水平地下水流に貯留項を含む拡散型方程式を用い、貯留係数(比浸出量)を時間と水平位置ごとに不飽和層の鉛直水分分布から動的に計算し、鉛直不飽和流と水平地下水流を交互に解く新たな数値計算法を考案した。

2.擬似二次元流モデルの構築

鉛直不飽和流は Richards 式で表わされる。

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ k_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right\} \quad (1)$$

C :水分容量、 h :マトリックポテンシャル、 t :時間、 z :鉛直下向き座標、 k_z :鉛直方向の透水係数である。

水平地下水流は(2)式で表される。

$$S_y \frac{\partial h_d}{\partial t} = -\frac{\partial Q_x}{\partial x} + R \quad (2)$$

S_y :比浸出量、 h_d :地下水面の高さ、 x :分水嶺からの水平距離、 Q_x :単位幅あたりの x 方向流量、 R :地下水涵養フラックスである。

地下水中に静水圧分布を仮定すると Darcy 式により、 Q_x は透水量係数 T を用いて

$$Q_x = T \frac{\partial h_d}{\partial x} \quad (3)$$

と表される。

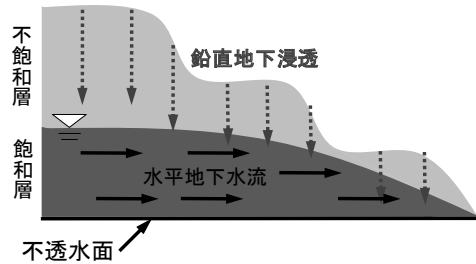


図1 台地流域からの流出の概念図
Fig.1 Conceptual scheme of discharge from upland basin

入江ら(1999)の方法

入江らは、地下水流の x 方向の連続式

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} = R \quad (4)$$

を用い、 $R(x)$ を(1)式の下端境界条件として与えている。ここで一時間ステップ Δt 後の地下水面分布 $h_d(x)$ を求めるために、(1)(3)(4)式が同時に満たされるまで x の全領域にわたり反復計算を行う。この方法の解は水収支を厳密に満たすが、水位が地表面に達する場合などに反復計算に多くの計算時間が必要とし、安定した解が得られないことがある。

本研究の計算法

水平地下水流に(2)式を用いて、(1)式と連立させ、陰解法で解く。これは(2)式が貯留項(左辺)を含み、解の安定性が高いと考えるためである。(1)式の下端境界条件に前の時間の地下水位 h_d に相当する圧力を与えて解き、不飽和層の鉛直水分分布と地下水涵養フラックス $R(x)$ を計算し、次に(2)式に $R(x)$ を与えて地下水位分布 $h_d(x)$ を計算する。ここで問題は、(2)式の貯留項である。(2)式は地下水位変化のみによって生じる水柱内の貯留量変化を仮定しているが、近似であり、(1)式と整合する水収支を満たす式ではない。 S_y を h_d の関数として(2)式が(1)式と整合する水収支を満たしうるのは、不飽和層が定常流の場合だけである。

[所属]*東京大学大学院農学生命科学研究科 Graduate School of Agric. and Life Sciences, The Univ. of Tokyo

[キーワード]数値計算法、準2次元流、比浸出量

比浸出量 S_y は地下水位が Δh だけ上昇したとき、その影響によって増加した単位面積当たりの地下水貯留量 ΔS に対して

$$S_y \equiv \frac{\Delta S}{\Delta h} \quad (5)$$

によって定義される。同じ貯留量増加 ΔS に対しても、地下水位が表面近傍にある場合に Δh は大きくなるが、そればかりでなく、大きな浸潤前線が地下水位に到達する時点では、平水時に比べて地下水位上昇 Δh が大きくなる(図2)。従って S_y は地下水位だけでは決まらず、不飽和層の流れの状態によって変わるもので、水平位置と時間ステップに対して鉛直土壌水分分布から求めて動的に与える必要がある。

比浸出量 S_y の計算方法

(5)式により S_y を求めるためには、現時点(t^0)の鉛直水分分布において、水平流を絶縁した土柱の地下水に適当な水量 ΔS を加え、これによる Δt 時間後の地下水位上昇 Δh を(1)式によって求める数値実験を行えばよい。ここで採用した具体的な ΔS の与え方は以下である。水位が低下過程にある場合は、下端を絶縁条件として Δt 時間後には $R \Delta t$ の水が地下水に加わると考えて $\Delta S = R \Delta t$ とし、地下水位が上昇過程にある(下端から土柱内部に水が流入している)場合は、その流入フラックスをそのまま与え続けて ΔS を計算した。地下水位上昇 Δh は(1)式から求まる下端節点の圧力増加から計算した。地下水涵養フラックス R と地下水位分布 $h_d(x)$ の計算方法

まず時刻 $t^0 + \Delta t$ の鉛直圧力分布から時刻 t^0 の地下水位における鉛直フラックスを計算し、これを R^0 とした。次に、この R^0 を(2)式に与えて時刻 $t^0 + \Delta t$ の地下水位分布 $h_d(x)$ を求め、この水位における R を時刻 $t^0 + \Delta t$ の鉛直圧力分布から再度計算した。以上の計算を水深 $h_d(x)$ の分布が収束するまで数回反復して行った。

地下水位が地表に達する場合と流出端の処理

地下水位が地表面近傍にある場合は地表面まで飽和となるため S_y はほとんど 0 となるが、数値計算の安定の都合上、 S_y の下限値を 10^{-3} とした。また水位が地表面を超えた場合、貯留量変化 ΔS と水位変化 Δh は等しく、 $S_y = 1$ となるが、地表面において値が不連続であるため、下限値 10^{-3} と滑らかに接続する関数を仮定した。

また、(3)式の透水量係数 T については、地表面より上側に土壤層に比べて大きなコンダクタンスを持つ空気層が存在すると考えた。

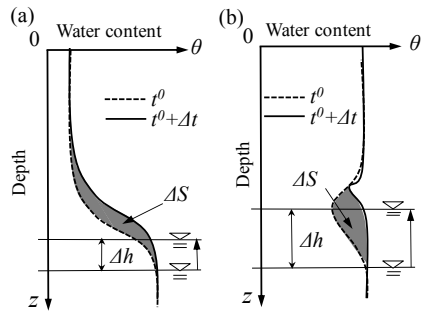


図2 (a)平水時と(b)大きな浸潤前線到達時における地下水位上昇 Δh と貯留量増加 ΔS
Fig.2 Elevation of water table and increment of groundwater storage at (a) ordinary and (b) large groundwater recharge event

流出端においては土壤層の外部に節点を一点設け、水位を与えた。流域からの流出は地表面を超える流れと同様に、土壤層の末端節点とその外部の節点との間のコンダクタンスを土壤中に比べて大きくとることで表現した。

3. 数値計算の適用例

以上の計算法を実測値と適合させた例として、千葉県銚子市の台地畑流域において 2009年8月30から31日にかけて観測した総降雨量 171 mm の降雨イベントにおける計算結果を図3に示す。実測比流量と類似の流出ハイドログラフを得ることができた。このとき、計3日間の流出計算にかかった時間は数分で、数値計算の水収支相対誤差は 0.7% であり、本手法の有効性を確認することができた。

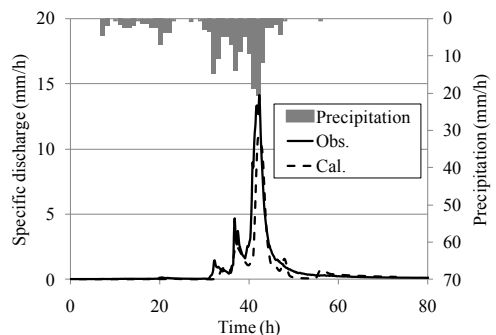


図3 実測比流量と本手法による計算比流量
Fig.3 Observed and calculated specific discharge

[引用文献]

入江 光輝, 鈴木 伴征, 石川 忠晴: 水平飽和浸透と鉛直不飽和浸透を可変境界で接合した疑似二次元的浸透流計算について, 水工学論文集 43, 181-186, 1999