

パイプライン非定常流の剛性モデル・閉路解析における  
 全域木と補木の辺の決定支援方法  
 Study of Supporting Method that Spanning Tree and Cotree are Designated  
 Using Rigit Water Column Model of Analyzing Slow Transients in Pipelines

田中良和  
 Yoshikazu TANAKA

1. はじめに

送配水パイプラインシステムが用水需要の変化に対応するための更新設計や運用管理の検討には、数値解析は有効な手段の一つである。穏やかな過渡水理現象の数値解析手法として、鬼塚（1977）は剛性モデル理論による非定常流解析が有効であることを明らかにし、その閉路解析の方法を提案した。しかし、閉路解析は島田（1991）が提案した接続解析よりも技巧的な作業が必要であり、現在十分活用されているとは言い難い。本稿では、閉路解析において閉路情報を素早く得て、容易に数値解析できる方法を提案する。

2. 剛体モデル理論

上流端  $i$ 、下流端  $j$  の単一管路  $k$  について水の圧縮性と管体の弾性変形を無視すると、運動方程式は次式になる。

$$\left. \begin{aligned} L_k \dot{q}_k &= (h_i - h_j) - K_k |q_k| q_k \\ L_k &= l_k / (A_k g) \\ K_k &= f_k l_k / (2gd_k A_k^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $q_k$ 、 $h_k$ 、 $A_k$ 、 $l_k$ 、 $f_k$ 、および  $d_k$  は、それぞれ単一管路  $k$  の流量、全水頭、断面積、管延長、摩擦損失係数、および直径であり、直径  $g$  は重力加速度である。パイプラインシステムの非定常流解析では節点間や節点の境界条件を表す点との間の単一管路について運動方程式を立て、各節点における流量の連続式を立てる。

3. 閉路解析の概説とその問題点

パイプラインシステムを有向グラフで表すと、各管路は全域木か補木の辺に分類される。3種類の境界（未知の水頭をもつ自由境界、既知の流量境界、既知の水頭境界）と基準面を表す節点  $D$  は辺で連結すると、分類条件は以下の3通りになる。①未知の水頭を持つ水槽から  $D$  への辺は全域木の辺に含める。②既知の流量境界から  $D$  への辺は、補木の辺に含める。③既知の水頭境界から  $D$  への辺は全域木の辺に含める。

エネルギー連続条件は基本閉路行列  $B$  と損失水頭ベクトル  $\Delta H$  から次式になる。

$$B \Delta H = 0 \dots \dots \dots (2)$$

ただし、基本閉路行列  $B$  の成分  $b_{ij}$  の値は次の通りに分類される。

$$b_{ij} \begin{cases} 1 & \dots \dots \text{辺 } j \text{ が閉路 } i \text{ に含まれ、かつ、同じ向きの場合。} \\ -1 & \dots \dots \text{辺 } j \text{ が閉路 } i \text{ に含まれ、かつ、逆向きの場合。} \\ 0 & \dots \dots \text{辺 } j \text{ が閉路 } i \text{ に含まれない場合。} \end{cases}$$

流量連続条件は基本カットセット行列  $\mathbf{A}$  と辺の流量ベクトル  $\mathbf{B}$  から次式になる。

$$\mathbf{A}\mathbf{Q} = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

ただし、基本カットセット行列  $\mathbf{A}$  の成分  $a_{ij}$  の値には以下のような意味がある。

$$a_{ij} \begin{cases} 1 & \dots \dots \text{辺 } j \text{ が基本カットセット } i \text{ に含まれ、かつ、向きが全域木と同じ場合。} \\ -1 & \dots \dots \text{辺 } j \text{ が基本カットセット } i \text{ に含まれ、かつ、向きが全域木と反対の場合。} \\ 0 & \dots \dots \text{辺 } j \text{ が基本カットセット } i \text{ に含まれていない場合。} \end{cases}$$

(2)と(3)式を独立変数の式について整理すると力学系の状態方程式表示が得られるので、これを時間積分すれば解が得られる。しかし、辺の数  $n$  本、節点の数  $m$  個の大規模パイプラインシステムでは、補木の辺の数を、基本閉路の数  $(n-m+1)$  本となるように選び、基本閉路を探索する作業は繁雑である。これまでこの作業を手作業で行う必要があった。

#### 4. 全域木と補木の辺の決定支援方法の提案

**初期データ**：未知の水頭を持つ自由境界  $m_1$  個、既知の流量境界  $m_2$  個、既知の水頭境界  $m_3$  個を設定した場合、3章の分類条件によって一部の全域木と補木の辺が決定するが、 $(n-m+1-m_2)$ 本の補木の辺と $(m-1-m_1-m_3)$ 本の全域木の辺が指定されていない状態である。

**方法**：はじめに全域木探索を行い、システムグラフの辺を全域木と補木の辺に分解する。次に得られた補木を一つ含む基本閉路の情報を Ternary network flow 法 (Doris and Stephan,1981)を用いて得る。しかし、全域木探索では補木の辺を指定できるが、全域木の辺を指定することはできないので、予めすべての辺を全域の辺に指定しておき、初期データに整合する閉路が得られるまで補木の辺を増やしていく。そのアルゴリズムを図1に示す。

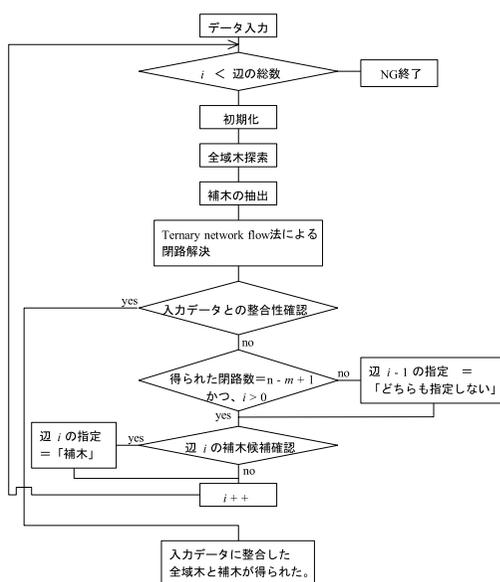


図1 アルゴリズムのフローチャート

#### 5. 解析例

全域木の辺について一部を指定した初期データから、この指定を満たした全域木と補木の辺の分類ができて、閉路情報を得ることを確認した。図2のシステムグラフを3章の分類条件に従い、全域木の辺 {6,7,8} を指定した。本アルゴリズムを適用した結果、全域木の辺 {6,7,8,4,2,5} が得られ、指定を満たした結果を得た。

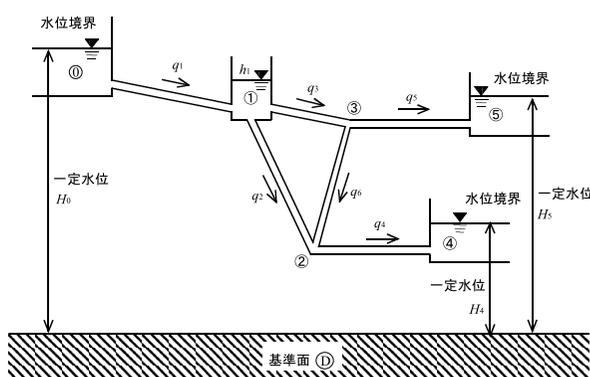


図2 パイプラインシステム例

#### 引用文献

- 1) Doris and Stephan (1981) : Networks,、11、1-12、2) 鬼塚 (1977) : 土木学会論文報告集、262、79-88、3) 島田 (1991) : 農土論集、156、17-22