

# Izbash 則に基づく非ダルシー流の数値解析モデル Numerical model for non-Darcy flow based on Izbash's law

○泉 智揮\*・山下尚之\*  
○Tomoki IZUMI, Naoyuki YAMASHITA

## 1. はじめに

一般に、多孔質媒体中の水分移動に対してダルシー則が適用されるが、粒径の大きな砂や礫中の高動水勾配下における水分移動に対しては、ダルシー則が成立しない非ダルシー流になることが指摘されている[1]。この非ダルシー流の運動方程式として、Forchheimer 則や Izbash 則が提案され、式中のモデルパラメータについて議論がなされてきている（例えば[2], [3]）。非ダルシー流に関する問題を取り扱うためには解析モデルの構築が有益であるため、著者らは、これまでに Forchheimer 則に基づく非ダルシー流の解析モデルを構築し、浸透実験結果の再現性の観点から、その解析モデルの妥当性を検証してきた[4][5]。本研究では、もう一つの運動方程式である Izbash 則に基づく非ダルシー流の数値解析モデルを構築し、その妥当性を検証する。

## 2. 解析モデル

非ダルシー流の支配方程式は、以下に示すような非圧縮性を仮定した連続式と運動方程式である。

$$\frac{D\rho_w}{Dt} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{C_r}{n_w} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_w} \nabla P + \nu_E \nabla^2 \mathbf{u} - a |\mathbf{u}|^{m-1} \mathbf{u} + \mathbf{g} \tag{2}$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は平均流速ベクトル、 $C_r$  は慣性係数、 $n_w$  は間隙率、 $t$  は時間、 $\rho_w$  は水の密度、 $P$  は圧力、 $\nu_E$  は有効動粘性係数（水の動粘性係数  $\nu_w$  / 間隙率  $n_w$ ）、 $a$ 、 $m$  は Izbash 則の係数、 $\mathbf{g}$  は重力加速度ベクトルである。運動方程式の右辺第 3 項が Izbash 則に基づく抵抗則であり、 $m=1$  のときダルシー則に一致する。

支配方程式の離散化には MPS (Moving Particle Simulation) 法[6]を用いる。MPS 法は、計算領域内に多数の粒子を配置しその挙動を

追跡する粒子法の一つであり、支配方程式中の勾配、発散、ラプラシアンといった微分演算子を粒子間相互作用モデルによりモデル化し、微分方程式を離散化する手法である。

境界条件として、圧力に関しては、壁面において圧力勾配ゼロのノイマン境界、自由水面において 0 Pa のディリクレ境界とする。また、流速に関しては、壁面において流速 0 m/s のディリクレ境界、流入部において流速を与えるディリクレ境界とする。なお、MPS 法では、自由水面は粒子数密度に基づいて判定される。

## 3. モデルの検証

### 3.1 浸透実験

表 1 に示す物性をもつ 3 種類の試料、砂利 (大)、砂利 (小)、ガラスビーズに対して、図 1 に示すような土層を作成する。流入側の水位を最大 6 段階（最小動水勾配 1~最大動水勾配 6）に変化させ、流速  $u_{obs}$  と動水勾配  $J$  の関係を調べる。流速と動水勾配はそれぞれ以下の式で求める。

表 1：試料と物性値

	砂利 (大)	砂利 (小)	ガラスビーズ
間隙率 $n_w$ (%)	48.0	43.0	42.0
中央粒径 $d_{50}$ (m)	$1.4 \times 10^{-2}$	$8.0 \times 10^{-3}$	$5.0 \times 10^{-3}$
透水係数 $k$ (m/s)	$1.5 \times 10^{-2}$	$1.5 \times 10^{-2}$	$1.4 \times 10^{-2}$

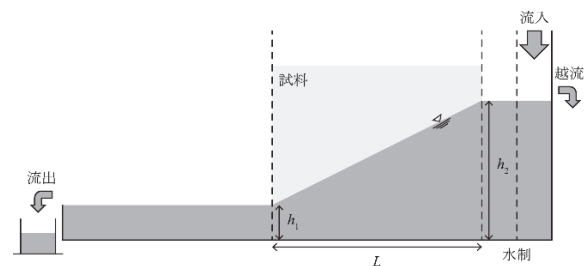


図 1：浸透実験の概要

\*愛媛大学大学院農学研究科, Graduate School of Agriculture, Ehime University  
キーワード：非ダルシー流, 数値解析, 粒子法

$$u_{obs} = \frac{Q}{h_1 B} \quad (3), \quad J = \frac{h_2 - h_1}{L} \quad (4)$$

ここで、 $Q$  は浸透流量(m<sup>3</sup>/s)で、 $B$  は堤体幅、 $L$  は流下方向の試料長さである。 $h_1$  は流出部の水深、 $h_2$  は流入部の水深である。

### 3.2 解析条件

本解析では、MPS法の解像度(粒子径)を0.01 mとする。図2に、解析領域と解析の初期状態の1例を示す。本解析モデルは浸透流のみを対象とする(水流と浸透流の連成モデルではない)。したがって、領域の右側は計算のための助走区間である。土層実験の動水勾配を再現するために、流入側(右側)の水位の高さに合わせて流入粒子の高さを設定した解析領域において、計算時間ステップを $1.0 \times 10^{-3}$ から $1.0 \times 10^{-4}$ 秒として、定常状態まで計算する。未知パラメータであるIzbash則の係数 $a, m$ は、3.1節の浸透実験による動水勾配と流速の関係をもとに表2に示す値を用いることとする。

### 3.3 検証結果

本解析モデルの妥当性について、浸透実験結果の再現性の観点から調べるために、浸透実験ならびに数値解析における試料末端部の流速の実測値と解析値との誤差(=実測値-解析値)を表3に示す。

表3から、流速の誤差は、絶対値で0.0013mから0.290 mの範囲であることがわかる。また、ここで対象とした試料の中では、砂利(小)の誤差が小さく、砂利(小)中の流れに対する適合度が高いことがわかるが、勾配や粒径との関係は見受けられない。さらに、表3に示したほぼすべての結果において、解析値は実測値より小さく、本解析モデルは実測値を過小評価していることがわかる。したがって、解析モデルのさらなる改善の余地があるといえる。

### 4. まとめ

Izbash則に基づく非ダルシー流の解析モデルを構築し、浸透実験結果の再現性の観点から本解析モデルの妥当性について検証した。その結果、流速の解析値は実測値を過小評価するため、さらなる解析モデルの修正が今後の課題である。

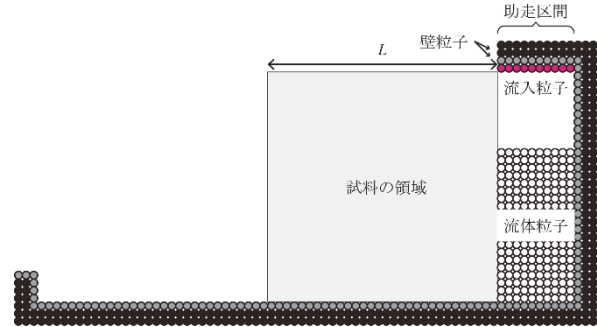


図2：解析領域と解析の初期状態

表2：Izbash則の係数

	$a$	$m$
砂利大	52.964	2.0
砂利小	27.093	2.0
ガラスビーズ	135.15	2.0

表3：流速の実測値と解析値との誤差(m/s)

勾配	1	2	3	4	5	6
砂利大	0.0048	0.0125	0.0223	0.0290	0.0231	-
砂利小	0.0099	0.0071	0.0083	0.0117	-0.0013	-
ガラスビーズ	0.0110	0.0136	0.0165	0.0165	0.0181	0.0162

### 謝辞

本研究は JSPS 科研費 17K15346 を受けた。

### 引用文献

- [1] Bear, J.(1972): *Dynamics of Fluid in Porous Media*, Elsevier, pp.176-184. [2] Sidiropoulou, M.G., et al. (2007): Determination of Forchheimer equation coefficients  $a$  and  $b$ , *Hydrological Processes*, 21, pp.534-554. [3] Soni, J.P., et al. (1978): An experimental evaluation of non-Darcian flow in porous media. *J. Hydrol.*, 38, pp.231-241. [4] 泉 智揮・水田純也(2017):MPS法を用いた Forchheimer 則に基づく非 Darcy 流の数値解析モデルとその検証, 第 72 回農業農村工学会中国四国支部講演会要旨集, pp.97-99. [5] 泉 智揮・黒田翔汰・山下尚之(2018):非ダルシー流解析モデルにおける係数モデルの比較と混合試料への適用, 平成 30 年農業農村工学会大会講演会講演要旨集, pp632-633. [6] Koshizuka, S., Tamako, H., and Oka, Y. (1995): A particle method for incompressible viscous flow with fragmentation, *Computational Fluid Dynamics J.*, 4(1), pp.29-46.