

## パラメータ推定を目的とした溶質輸送実験にかかるデザインの重要性 Importance of Tracer Test Design for Estimating Transport Parameters

○ 倉澤智樹\*・鈴木麻里子\*・井上一哉\*  
Tomoki Kurasawa, Mariko Suzuki and Kazuya Inoue

### 1. 緒論

多孔体中の溶質の移流分散挙動を予測する上で、分散長や実流速を含むパラメータ推定は重要であり、ラボにおいては一般に1次元カラムを用いた溶質輸送実験が利用される。この実験はカラム中に溶質を瞬間注入し、下流で輸送状況を捕捉するものであり、捉えた溶質濃度データを空間モーメントで解釈し、パラメータを推定することとなる。一方、分散挙動により輸送距離に応じて溶質は希釈されるため、濃度のトランケーションが起こり、パラメータの信頼性低下につながる可能性がある。つまり、信頼性を担保するためには、輸送距離などの実験デザインを考慮すべきといえる。本研究では、溶質輸送の解析解を用いて、輸送距離や計測機器の能力に応じたパラメータの信頼性について調査した。

### 2. 溶質輸送実験の解析解とトランケーション

本研究で用いる1次元のスラグ試験に関する解析解は以下のとおりである<sup>1)</sup>。

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{\sqrt{4D_L\pi t}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{4D_L t}\right) \quad (1)$$

ここに、 $C$ は濃度、 $t$ は時間、 $C_0$ は初期濃度、 $D_L = \alpha_L|v|$ は縦分散係数、 $\alpha_L$ は縦分散長、 $v$ は実流速、 $\bar{x} = vt$ は平均輸送距離である。本研究では、 $C_0 = 1.0$ 、 $\alpha_L = 1.0$ 、 $v = 1.0$ を入力パラメータとして計算した。図1の式(1)で計算された溶質濃度分布をみると、輸送距離に応じて低濃度部が増加している点を確認できる。また、計測機器の能力を表す計測限界 $C_{lim}$ を仮定し、トランケーションした。

$$C_{tr}(x,t) = \begin{cases} C(x,t) & C(x,t) \geq C_{lim} \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (2)$$

図2に $C_{lim}/C_0 = 2.0 \times 10^{-2}$ のときの溶質濃度分布を示す。輸送初期はブルーム全体として高濃度のため、トランケーションの影響を受けにくい一方、輸送距離とともに低濃度部が増加し、影響を受けやすくなっていることが確認できる。

### 3. 空間モーメント法

濃度分布の空間モーメント $M_i$ を計算した<sup>2)</sup>。

$$M_i(t) = \int C_{tr}(x,t)x^i dx \quad (3)$$

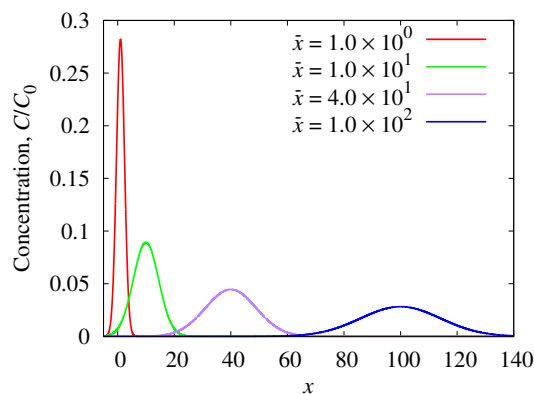


図1：計算された溶質の濃度分布  
Solute distribution computed from Eq.(1).

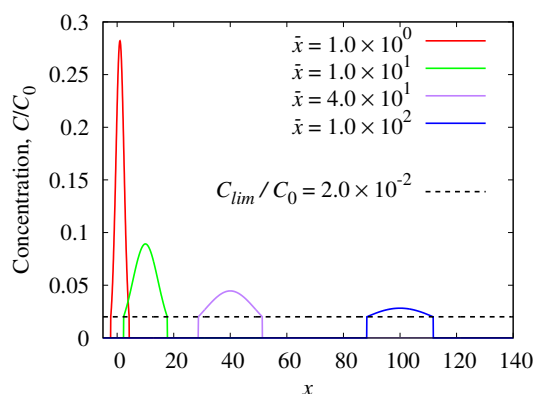


図2：トランケーション後の濃度分布  
Truncated solute distribution.

\* 神戸大学大学院農学研究科：Graduate School of Agricultural Science, Kobe University.

キーワード：溶質輸送実験，トランケーション，解析解

また、式(3)を用いて、計測総質量  $M_{tr}$  と実流速  $v_{tr}$ 、縦分散長  $\alpha_{L,tr}$  を次式にて計算した。

$$M_{tr}(t) = M_0, \quad x_{G,tr}(t) = \frac{M_1}{M_0}, \quad v_{tr}(t) = \frac{x_{G,tr}}{t}, \quad \alpha_{L,tr}(t) = \frac{1}{2x_{G,tr}} \left( \frac{M_2}{M_0} - \left( \frac{M_1}{M_0} \right)^2 \right) \quad (4)$$

ここに、 $x_{G,tr}$  は空間モーメントからの重心位置の推定値である。なお、添え字の  $tr$  はトランケーションされた濃度分布からの推定値であることを示す。

#### 4. 結果と考察

パラメータ推定結果を図3に示す。なお、総質量は  $C_{lim}/C_0 = 0$  のときの濃度分布から計算された値  $M_0$  で除し、縦分散長と実流速はそれぞれ入力パラメータ  $\alpha_L$  と  $v$  で除した値を示す。つまり、縦軸が1より大きければ真値より過大、小さければ過小推定されていることを意味する。計測総質量と縦分散長は、計測限界ならびに輸送距離に応じて過小推定される傾向にある。特に、輸送距離に対する過小推定の傾向は、図2で確認された溶質プルームが輸送距離の増加とともにトランケーションされやすくなっている点と一致する。一方、実流速は計測限界と輸送距離に依存せず1のまま一定、つまり、真値どおり推定されている。式(1)で確認できるとおり、溶質濃度分布は  $x$  軸に対してガウス分布形を成す。結果的に、トランケーションが左右対称に進行し、重心位置  $x_{G,tr}$  が変動せず、式(4)で計算された実流速  $v_{tr}$  にも影響しなかったと示唆される。

次に、縦分散長の過小推定の傾向を詳細に確認するため、輸送距離と計測限界に対する縦分散長の相対誤差  $\varepsilon = |\alpha_{L,tr} - \alpha_L|/\alpha_L$  を図4にマッピングした。輸送距離と計測限界が小さいほど、相対誤差も小さい。つまり、縦分散長を推定する上で、輸送距離や計測機器の測定限界をより小さくすることが、推定結果の信頼性を担保することにつながるといえる。

#### 5. 結論

本研究では、溶質輸送実験のデザインの要素である輸送距離や計測機器の計測限界に応じた推定パラメータの信頼性について調査した。結果として、縦分散長は輸送距離や計測限界に応じて過小推定される一方、実流速は変動しなかった。

参考文献：1) Bear, J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Dover Publications, 764p., 1972. 2) Kurasawa, T., Suzuki, M. and Inoue, K.: Experimental assessment of solute dispersion in stratified porous media, *Hydrological Research Letters*, 14(4), pp.123–129, 2020.

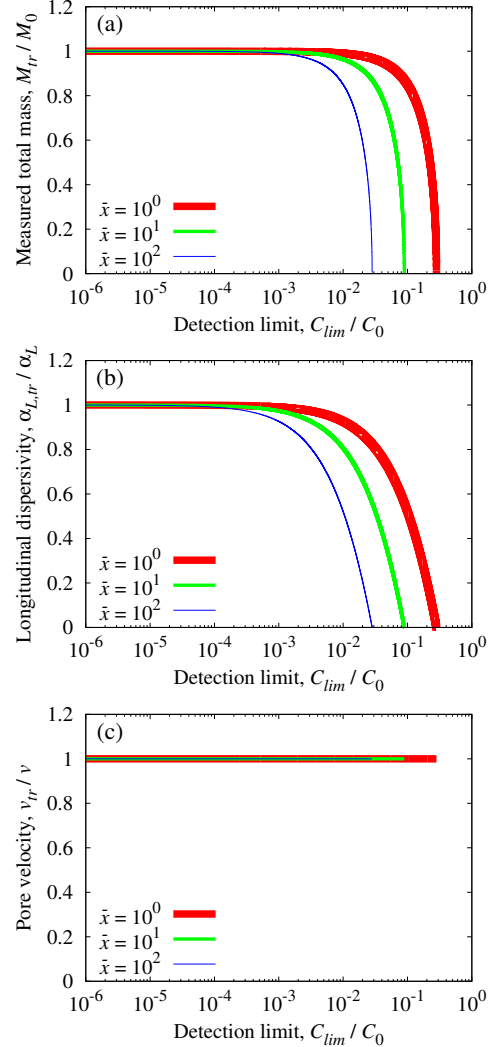


図3：パラメータ推定結果：(a) 計測総質量、(b) 縦分散長、(c) 実流速  
Estimates of transport parameters.

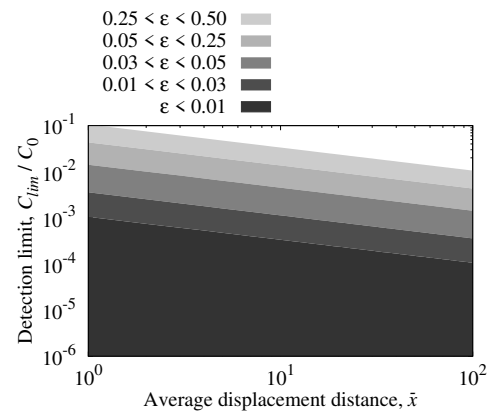


図4：縦分散長の相対誤差  
Relative error of longitudinal dispersivity.