

幾何学的非線形性に対応する速度型 Space-Time 有限要素法 Velocity-based Space-Time FEM considering geometrical nonlinearity

○清水紫媛*, 藤澤和謙*

Shion SHIMIZU, Kazunori FUJISAWA

1. はじめに

近年、激甚化する自然災害に対して農業水利施設の安全性を評価するにあたり、大変形を含む多元的な挙動を包括的に解析できる手法の需要が高まる。令和2年10月には防災重点農業用ため池に係る防災工事等の推進に関する特別措置法が施行され、ため池においても高度な防災対策が必要とされる。例えば、ダムやため池のレベル2地震に対する地震応答、豪雨時の越流やパイピングといった内部空洞の進展、これらに起因する堤体の大きな変形や崩壊を精度よく予測するツールは現在においても確立していない。

上記のような多元的な現象を精度よくシミュレート可能な数値解析手法として、速度型 Space-Time有限要素法（以下、v-ST/FEM）が挙げられる。同手法は、移動メッシュにより、大変形問題に首尾よく対応できるだけでなく、高次の時間積分を可能にする。メッシュ移動方法には主に変位を追跡するラグランジュ型とメッシュを固定するオイラー型の2つが存在する。しかし流出・侵食現象を伴う固体解析では計算の安定性の観点から、これらを混合した任意型メッシュ移動が要請される。v-ST/FEMは任意型メッシュ移動に伴う物理量の移流を間接的に解くことができる。本論では幾何学的非線形に対応するv-ST/FEMを開発するとともに、任意型メッシュ移動を導入することを線形弾性体の大変形解析を通して試みた。

2. 幾何学的非線形性に対応する v-ST/FEM

任意型メッシュ移動ではメッシュを構成する節点が物質の変位とは異なる移動をする。したがってこれらの節点で代表される物質点は変動する。この物質点の変動に伴い物理量の変化を移流によって考慮する必要がある。任意型を用いる際の Cauchy 応力 σ の時間微分は次のような式で表される。

$$\frac{D\sigma}{Dt}\bigg|_x = \dot{\sigma}(x(X, t), t) + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot (\tilde{v} - v) \quad (1)$$

ここで x, X はそれぞれパラメトリック要素座標、物質座標を表し、 x, t はそれぞれ空間座標、時間を表す。 \tilde{v}, v はそれぞれメッシュの任意移動速度、物質点速度である。式(1)はメッシュと物質の速度差により生じる移流方程式である。v-ST/FEM では時間積分を行った弱形式を考えるため、この移流方程式を有限要素法の枠組みの中で間接的に解くことが可能である。

3. 解析結果

図1に示す弾性体梁圧縮変形の数値解析

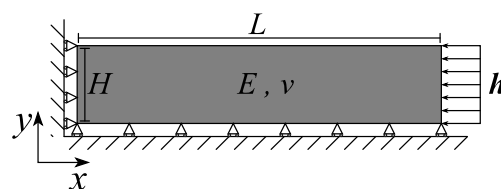


図1 二次元圧縮問題

Fig.1 2D beam with compressive load

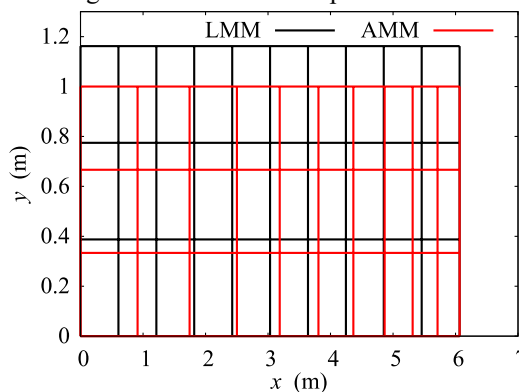


図2 変形後の有限要素メッシュ(LMM 及び AMM)
Fig.2 Deformed finite element mesh (LMM & AMM)

*京都大学 Kyoto University

Keywords: 固体力学, 幾何学的非線形性, Space-Time 有限要素法

を平面応力下で、上述したメッシュ移動を用いて行った。長さ 10 m、高さ 1.0 m、ヤング率 10 GPa、ポアソン比を 0.3 とした。右端にのみ 1 MPa の増分で圧縮力を加えた。メッシュ分割は 10×3 の 30 要素とし、時間ステップ幅は 1.0×10^{-2} 秒とした。任意型メッシュ移動として水平方向には右端にメッシュが集積する移動を、鉛直方向には移動せず変位の一部を無視することを意図して設定した。図 2 に圧縮力が 5 GPa 時のラグランジュ型 (Lagrangian Moving Mesh, LMM) と任意型 (Arbitrary Moving Mesh, AMM) のメッシュ状態を示す。意図通りのメッシュ移動が見られる。また図 3 に理論解と共に任意型の計算結果 (右端変位量と節点平均応力値) を示す (圧縮応力を正とする)。理論解とほぼ一致する結果を得た。

図 4 に示す正方形固体の一般せん断変形の数値解析を平面ひずみ下で行った。一边を 0.64 m、ヤング率 9.8 MPa、ポアソン比を 0.3 とした。上面を水平方向 1.0×10^{-2} m/s で変位させた。メッシュ分割は 8×8 の 64 要素とした。時間ステップ幅 1.0×10^{-3} 秒とした。せん断ひずみ量 e の評価は左上節点の水平変位量を初期高さで除した値とした。任意型メッシュ移動ではメッシュアスペクト比が比較的均一となることを意図して設定した。図 5 にせん断ひずみ量が 1.0 の際のメッシュ状態を示す。任意型ではメッシュが比較的均一となりラグランジュ型で見られるアスペクト比の増加が抑制されている。図 5 に上面節点の平均応力値を 2 つの型で比較したものを示す。大ひずみ域では応力評価点が異なるため差が顕著となるものの、任意型でもラグランジュ型と同等な解析が可能であることがわかる。

参考文献 : Sharma, V., Fujisawa, K. and Murakami, A.: Velocity-based time discontinuous Galerkin space-time finite element method for elastodynamics. *Soils and Foundations*, 58(2), 491-510, 2018.

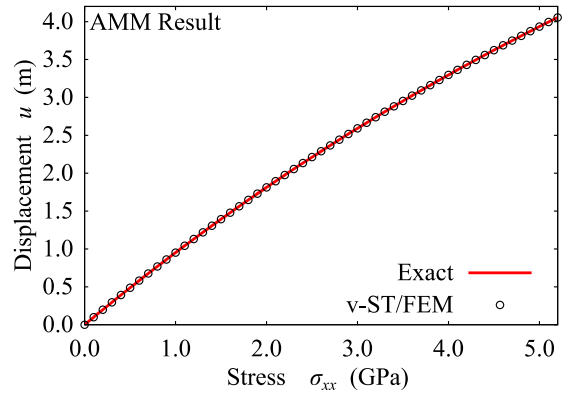


図 3 応力 - 変位関係
Fig.3 Stress - displacement relationship

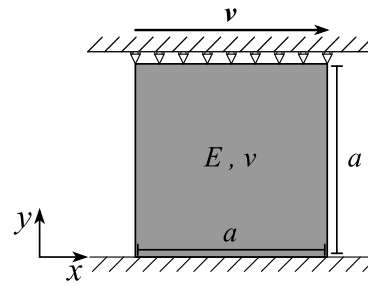


図 4 一般せん断変形問題
Fig.4 General shear problem

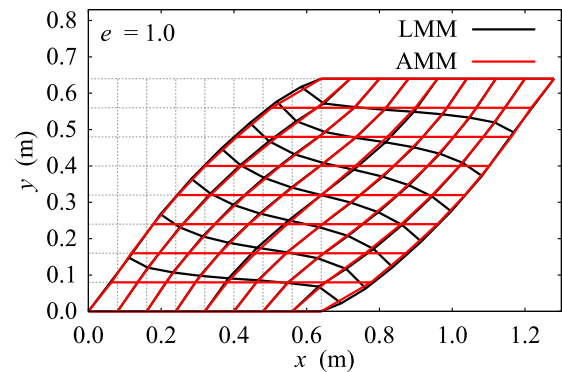


図 2 変形後の有限要素メッシュ (LMM 及び AMM)
Fig.2 Deformed finite element mesh (LMM & AMM)

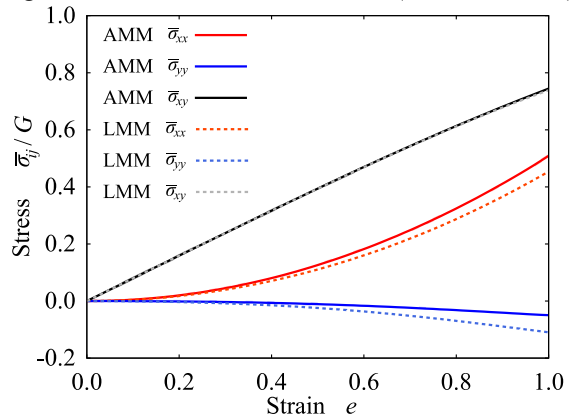


図 6 上面での平均応力成分
Fig.6 Stress components averaged on top side